

RYSZARD EWERTOWSKI¹

METODA OBLICZANIA RUCHU TRANSKRYTYCZNEGO ZA POMOCĄ 1-W SCHEMATU NIEJAWNEGO DLA APROKSYMACJI ROE'GO ZAGADNIENIA RIEMANNA

1. Wstęp

Celem pracy jest przedstawienie metody obliczeniowej dla matematycznego modelu hydrodynamicznego, który będzie w stanie poprawnie symulować transformację fal powodziowych w rzekach górskich. W rzekach o dużym spadku dna często występuje ruch rwący (podkrytyczny), gdyż liczba Freuda F_r zbliża się lub przekracza wartość 1,0. Podczas transformacji fali powodziowej występują oba rodzaje ruchu (ruch rwący i spokojny) oraz chwilowe i lokalne zmiany reżimu ruchu (taką sytuację określono tutaj terminem ruch „transkrytyczny”). Powstaje wtedy sytuacja, w której nie można z góry przewidzieć występowania odskoku hydraulicznego i jego lokalizacji. Ponadto, może się on przesuwać wzdłuż odcinka cieku w postaci tzw. dziury hydraulicznej.

Warunki funkcjonowania modelu sieciowego wymagają pełnej zgodności schematów dla reżimów ruchu spokojnego i rwącego. Proponowana metoda jest zgodna z niejawnym schematem różnicowym Preismanna, stosowanym dla odcinków o ruchu spokojnym. Polega ona na zastosowaniu aproksymacji strumieni w zagadnieniu Riemanna metodą Roe'go i wykorzystaniu niejawnego schematu jedno-parametrowego dla całkowania po czasie.

2. Równania dla ruchu nad- i podkrytycznego

Jednowymiarowy (1-W) model matematyczny przepływu o zdolności przechwytywania uderzenia hydraulicznego, stosowany dla opisu hydrodynamiki cieków o znacznych spadkach dna, musi używać równań w postaci zachowawczej, gdyż schematy numeryczne na nich oparte mają zasadnicze własności dla otrzymania fizycznie realistycznych rozwiązań.

Równania 1-W dla odcinka cieku pomiędzy przekrojami obliczeniowymi (jednej objętości skończonej) mają następującą postać:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t} + \frac{\partial\left(u^2h + \frac{1}{2}gh^2\right)}{\partial x} = -gh(S_{0,x} - S_f) \quad (2)$$

gdzie: t - czas, x - kierunki osi podłużnej cieku (zgodnie ze spadkiem dna), $h(x,t)$ - głębokość wody, g - przyspieszenie ziemskie, $u(x,t)$ - prędkość przepływu wody w kierunkach osi

¹ Instytut Morski, Oddział Szczecin

podłużnej cieku X , $S_d(x)$ - spadek dna w kierunku osi X , $S_f(u, h)$ - spadek linii tarcia w kierunku osi X .

Dla przepływu w szerokim kanale otwartym zachowawczy układ równań rządzących (1)-(2) można przedstawić następująco:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial x} = \bar{S} \quad (3)$$

gdzie: $\bar{U} = \begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix}$, $\bar{F}(U) = \begin{bmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + gI_1 \end{bmatrix}$, $\bar{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ gI_2 + gA(S_0 - S_f) \end{bmatrix}$, $S_f = \frac{n^2 Q |Q|}{A^2 R_h^{4/3}}$, n - empiryczny

współczynnik oporu Manninga, $I_1 = \int_0^h (h-\eta) b(x, \eta) d\eta$ - reprezentuje człon ciśnienia

hydrostatycznego, $I_2 = \int_0^h (h-\eta) \frac{db}{dx} d\eta$ - reprezentuje zmiany ciśnienia w cieku wynikające ze

zmian jego szerokości wzdłuż osi podłużnej, $b(x, \eta) = \frac{\partial A(x, \eta)}{\partial \eta}$ - szerokość cieku na wysokości η od dna (η przebiega od 0 do $h(x, t)$).

Nieliniowość strumienia \bar{F} prowadzi do spontanicznych nieciągłości, które mogą mieć fizyczne uzasadnienie związane ze zjawiskiem odskoku hydraulicznego przy zmianie reżimu ruchu (Roe, 1986). Dla jednorodnego wariantu równań postaci (4):

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

dywergencja wektora strumienia jest równa pochodnej przestrzennej tego wektora ($\text{div } \bar{F} = \partial \bar{F} / \partial x$) i wtedy układ (4) można też zapisać w postaci dywergentnej:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \text{div } \bar{F} = 0 \quad (4a)$$

Wektor \bar{F} jest związany z wektorem zmiennych przepływu \bar{U} poprzez jacobian $\mathbf{J}(\bar{F})$ względem \bar{U} :

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \mathbf{J} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\text{gdzie: } \mathbf{J} = \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{U}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial u_1} & \frac{\partial F_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial u_1} & \frac{\partial F_2}{\partial u_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ gh - u^2 & 2u \end{bmatrix} \quad (6)$$

Wektory i wartości własne dla \mathbf{J} to: $\bar{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ u+c \end{bmatrix}$, $\bar{e}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ u-c \end{bmatrix}$, $a_1 = u+c$, $a_2 = u-c$, $c = \sqrt{gh}$

Uproszczona dyskretyzacja obszaru całkowania jest oparta na kroku całkowania po czasie Δt i przekrojach obliczeniowych wzdłuż osi cieku ze stałą odległością pomiędzy przekrojami Δx :

$$(x_i, t_n), x_i = i \cdot \Delta x, t_n = n \cdot \Delta t, i = 1, 2, \dots, n = 1, 2, \dots, \bar{U}_i^n \approx \bar{U}(x_i, t_n) \quad (7)$$

Całkowanie przestrzenne układu (4a) dla i -tego przedziału $\langle x_i, x_{i+1} \rangle$ (i -tego elementu B_i) daje:

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} \Delta x_i + \oint_{B_i} \bar{F}_n dB = 0 \quad (8)$$

Pierwszy człon w (8) to zmiana wektora przepływu U , a całka powierzchniowa w drugim członie oznacza globalny normalny strumień przez granice i -tego elementu.

Dla zagadnień jedno-wymiarowych całka w układzie równań (8) ma postać:

$$\oint_{B_i} \bar{F}_n dB = \bar{F}_{i+1/2} - \bar{F}_{i-1/2} \quad (9)$$

Generalny algorytm numerycznego rozwiązania zagadnienia zdefiniowanego przez równania (8), (9) z odpowiednimi warunkami brzegowymi składa się z dwóch głównych kroków:

1. Oszacowania strumienia F na granicach elementów (oznaczonych przez indeksy: $i+1/2$, $i-1/2$),
2. Zastosowania odpowiedniego schematu różnicowego całkowania po czasie.

3. Metoda wyznaczania strumienia na granicy elementów

Dla znanych wartości wektora przepływu na n -tym poziomie czasowym rozwiązanie zachowawczego układu różnicowego (8),(9) w ruchu nieustalonym transkrytycznym polega na uzyskaniu rozwiązań układu zagadnień Riemanna (Delis, Skeels, Rylie, 2000), określonych poprzez dwa stałe stany ruchu w punkcie nieciągłości $x=0$:

$$\begin{aligned} \bar{U} &= \bar{U}_L, & x < 0 \\ \bar{U} &= \bar{U}_R, & x > 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Te dwa stany początkowe zastępuje się zbiorem stanów odcinkami stałych dla granic $x_{i+1/2}$ pomiędzy odcinkami wyznaczonymi przez lokalizację przekrojów obliczeniowych x_i , x_{i+1} .

Złożony problem Riemanna jest aproksymowany metodą Roe'go (Roe, 1981, Delis, Skeels 1997), zakładającą, iż jacobian $J(F)$ jest stały dla układów nieliniowych w każdym elemencie $\langle x_i, x_{i+1} \rangle$.

Do rozwiązania pozostało zadanie zbudowanie takiej macierzy jacobianu J strumienia F względem wielkości U_i i U_{i+1} , która zapewni automatyczne wychwycenie nieciągłości na odcinku $\langle x_i, x_{i+1} \rangle$ i spełnienie równania (5). Jacobian J musi spełniać warunki Roe'go:

- a. Zachodzi liniowe odwzorowanie z wektora U do wektora strumienia F
- b. $\Delta_{i+1/2} \bar{F} = J_{i+1/2} \cdot \Delta_{i+1/2} \bar{U}$, $J_{i+1/2} = \frac{1}{2}(J(\bar{U}_i) + J(\bar{U}_{i+1}))$, $\Delta_{i+1/2}(\bullet) = (\bullet)_{i+1} - (\bullet)_i$
- c. $J(U, U) = \bar{J}(U) = \frac{\partial F(U)}{\partial U}$
- d. J ma rzeczywiste wartości własne a_1, a_2 i kompletny zbiór wektorów własnych $\{e_1, e_2\}$

Z warunku (d) wynika, że wartości własne i wektory własne jacobianu J są następujące:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_{1,i+1/2} &= \bar{u}_{i+1/2} + \bar{c}_{i+1/2} \\ \bar{\alpha}_{2,i+1/2} &= \bar{u}_{i+1/2} - \bar{c}_{i+1/2} \end{aligned}, \quad \bar{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \bar{\alpha}_{1,i+1/2} \end{bmatrix}, \quad \bar{e}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \bar{\alpha}_{2,i+1/2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Postać J jest dana w (6), zatem jego wyznaczenie sprowadza się do obliczenia uśrednionych w przedziale $\langle x_i, x_{i+1} \rangle$ wartości prędkości przepływu $u(x,t)$ i prędkości propagacji fali grawitacyjnej $c(x,t)$, które powinny spełniać dodatkowo warunki Roe'go (a,b,c,d).

W modelu zastosowano rozwiązania dla u i c zaproponowane przez Delisa i Skeelsa (2000):

$$\tilde{u}_{i+1/2} = \frac{Q_{i+1}/\sqrt{A_{i+1}} + Q_i/\sqrt{A_i}}{\sqrt{A_{i+1}} + \sqrt{A_i}}, \quad \tilde{c}_{i+1/2} = \begin{cases} \sqrt{g \frac{I_{1,i+1} - I_{1,i}}{A_{i+1} - A_i}}, & \text{gdy } A_{i+1} - A_i \neq 0 \\ \sqrt{g \frac{A_{i+1} + A_i}{B_{i+1} + B_i}}, & \text{gdy } A_{i+1} - A_i = 0 \text{ lub } \frac{I_{1,i+1} - I_{1,i}}{A_{i+1} - A_i} < 0 \end{cases} \quad (12)$$

Wzory (12) określają wartości i wektory własnych (11) i przybliżony jacobianu \mathbf{J} w przedziale $\langle x_i, x_{i+1} \rangle$.

Z warunku (c) Roe'go wynika, iż można rozwinąć przyrost wektora przepływu na granicy elementu w bazie wektorów własnych aproksymowanego jacobianu \mathbf{J} :

$$\Delta_{i+1/2} \bar{U} = \sum_{k=1}^2 \beta_{k,i+1/2} \bar{e}_{k,i+1/2} \quad (13)$$

Współczynniki rozwinięcia we wzorach (13) wynikają wprost z tego układu, oznaczeń przy zapisie układu (3) oraz z rozwiązań uzyskanych w (12):

$$\beta_{1,i+1/2} = \frac{(Q_{i+1} - Q_i) + (-\tilde{u}_{i+1/2} + \tilde{c}_{i+1/2})(A_{i+1} - A_i)}{2\tilde{c}_{i+1/2}}, \quad (14)$$

$$\beta_{2,i+1/2} = \frac{(Q_{i+1} - Q_i) + (-\tilde{u}_{i+1/2} - \tilde{c}_{i+1/2})(A_{i+1} - A_i)}{-2\tilde{c}_{i+1/2}}$$

Ostatni element wyznaczenia strumienia na granicy elementu to wybór przybliżonego rozwiązania (tzw. solvera). Jednym z możliwych sposobów jest aproksymacja Roe'go:

$$\bar{F}_{i+1/2} = \frac{1}{2} [\bar{F}_{i+1} + \bar{F}_i - |\tilde{J}_{i+1/2}| (\bar{U}_{i+1} - \bar{U}_i)] = \frac{1}{2} [\bar{F}_{i+1} + \bar{F}_i - |\tilde{J}_{i+1/2}| \Delta_{i+1/2} \bar{U}] \quad (15)$$

Z własności (a) oraz równania (13) wynika, iż:

$$\Delta_{i+1/2} \bar{F} = |\tilde{J}_{i+1/2}| \Delta_{i+1/2} \bar{U} = \sum_{k=1}^2 \beta_{k,i+1/2} |\tilde{a}_{k,i+1/2}| \bar{e}_{k,i+1/2} \quad (16)$$

i wtedy przybliżony strumień na granicy elementów jest równy:

$$\bar{F}_{i+1/2} = \frac{1}{2} \left[\bar{F}_{i+1} + \bar{F}_i - \sum_{k=1}^2 \beta_{k,i+1/2} |\tilde{a}_{k,i+1/2}| \bar{e}_{k,i+1/2} \right] \quad (17)$$

Tego typu aproksymacja może cechować się zbyt dużą entropią dla przypadku układu niejednorodnego (z członami tarciovymi). Wtedy należy zastosować bardziej ogólną metodę:

$$\bar{F}_{i\pm 1/2} = \frac{1}{2} [\bar{F}_i + \bar{F}_{i\pm 1} + \tilde{\mathbf{R}}_{i\pm 1/2} \Phi_{i\pm 1/2}] \quad (18)$$

Znak \pm w (18) oznacza odpowiednio lewą i prawą granicę i -tego elementu, \mathbf{R} jest prawostronną macierzą wektorów własnych przybliżonego jacobianu \mathbf{J} , natomiast funkcja wektorowa Φ jest ogólną funkcją, zawierającą w sobie dysypację strumienia daną w (17) oraz pewne funkcje ograniczające dyfuzyjność schematu różnicowego. Takie rozwiązanie zostało także zaimplementowane w omawianej metodzie, jednakże uszczegółowienie tego rozwiązania wykracza poza ramy niniejszej pracy.

4. Model ruchu nieustalonego i transkrytycznego

Podstawowymi równaniami opisującymi ruch nieustalony w sieci rzecznej są pełne równania Saint Venanta wraz z warunkami węzłowymi (Ewertowski, 1988). Model obliczeniowy dla ruchu transkrytycznego, opracowany dla tych równań, jest oparty na różnicowych schematach niejawnych, podobnych dla schematu niejawnego Preissmanna w module ruchu spokojnego.

Równania rządzące sprowadzono do postaci zachowawczej podobnej do (3) z członem źródłowym S zawierającym wszystkie elementy tarciove, a następnie zastosowano ogólną postać jedno-parametrowego niejawnego schematu różnicowego:

$$U_i^{n+1} + \lambda\theta \left(\tilde{F}_{i+1/2}^{n+1} - \tilde{F}_{i-1/2}^{n+1} \right) - \theta\Delta t \tilde{S}_i^{n+1} = U_i^n - \lambda(1-\theta) \left(\tilde{F}_{i+1/2}^n - \tilde{F}_{i-1/2}^n \right) + (1-\theta)\Delta t \tilde{S}_i^n \quad (19)$$

gdzie: $\lambda = \Delta t / \Delta x$, $0 \leq \theta \leq 1$

W równaniach (19) strumienie numeryczne $F_{i+1/2}$ na granicach elementów są obliczane za pomocą wzorów podanych w (18). Dla $\theta = 1$ (pełny schemat niejawny) układ (19) jest układem nieliniowym i dla jego rozwiązania zastosowano lokalną procedurę linearyzacji polegającą na rozwinięciu w szereg Taylora zarówno strumieni F jak i źródeł S :

$$\tilde{F}_i^{n+1} = \tilde{F}_i^n + J_i^n \delta \bar{U}_i + O(\Delta t^2), \quad \tilde{S}_i^{n+1} = \tilde{S}_i^n + J_{S,i}^n \delta \bar{U}_i + O(\Delta t^2) \quad (20)$$

gdzie: $\delta \bar{U}_i = \bar{U}_i^{n+1} - \bar{U}_i^n$, J_S - jacobian członu źródłowego S względem \bar{U}

Dla cieku o naturalnych przekrojach poprzecznych ten jacobian ma następującą postać:

$$J_S = \frac{\partial \tilde{S}}{\partial \bar{U}} = \left[\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ g \left(S_0 - \frac{7}{3} S_f + \frac{\partial B}{\partial x} \cdot \frac{A}{B^2}, -\frac{2gA}{Q} S_f \right) \end{array} \right] \quad (21)$$

Podstawienie wzorów na strumienie na granicach elementu:

$$\tilde{F}_{i+1/2} = \frac{1}{2} [\tilde{F}_i + \tilde{F}_{i+1} + B_{i+1/2} (\bar{U}_{i+1} - \bar{U}_i)], \quad \tilde{F}_{i-1/2} = \frac{1}{2} [\tilde{F}_i + \tilde{F}_{i-1} + B_{i-1/2} (\bar{U}_i - \bar{U}_{i-1})]$$

dla chwil $n+1$ i n , wykorzystanie procedury linearyzacji (20) dla strumieni w przekrojach $i-1$, i , $i+1$ oraz dodatkowe założenie, iż $B_{i+1/2}^{n+1} = B_{i+1/2}^n$ prowadzi, po pewnych przekształceniach do finalnego układu liniowych równań algebraicznych dla jednego odcinka cieku:

$$D_1 \delta \bar{U}_{i-1} + D_2 \delta \bar{U}_i + D_3 \delta \bar{U}_{i+1} = -\lambda (\tilde{F}_{i+1/2}^n - \tilde{F}_{i-1/2}^n) + \Delta t \cdot \tilde{G}_i^n, \quad i = 2, 3, \dots, N-1 \quad (22)$$

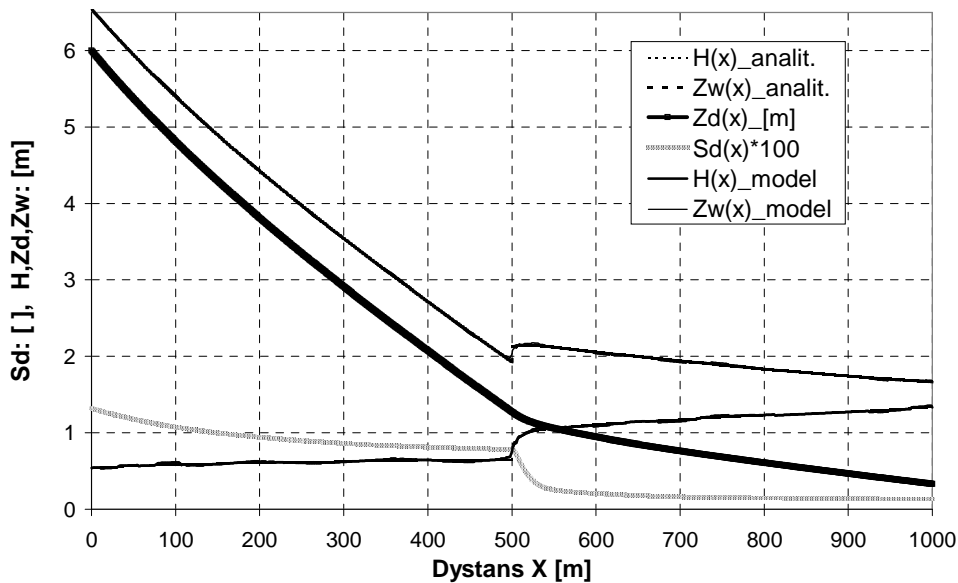
Indeks i przebiega listę wewnętrznych przekrojów analizowanego odcinka cieku. Układ (22) to blokowy układ trój-przekątniowy, którego 2×2 elementowe macierze współczynników są dane następującymi zależnościami:

$$D_1 = -\frac{\lambda\theta}{2} [J_{i-1} + B_{i-1/2}]^n, \quad D_2 = I + \frac{\lambda\theta}{2} [B_{i-1/2} + B_{i+1/2}]^n - \theta \cdot \Delta t \cdot J_{S,i}^n, \quad D_3 = \frac{\lambda\theta}{2} [J_{i+1} + B_{i+1/2}]^n$$

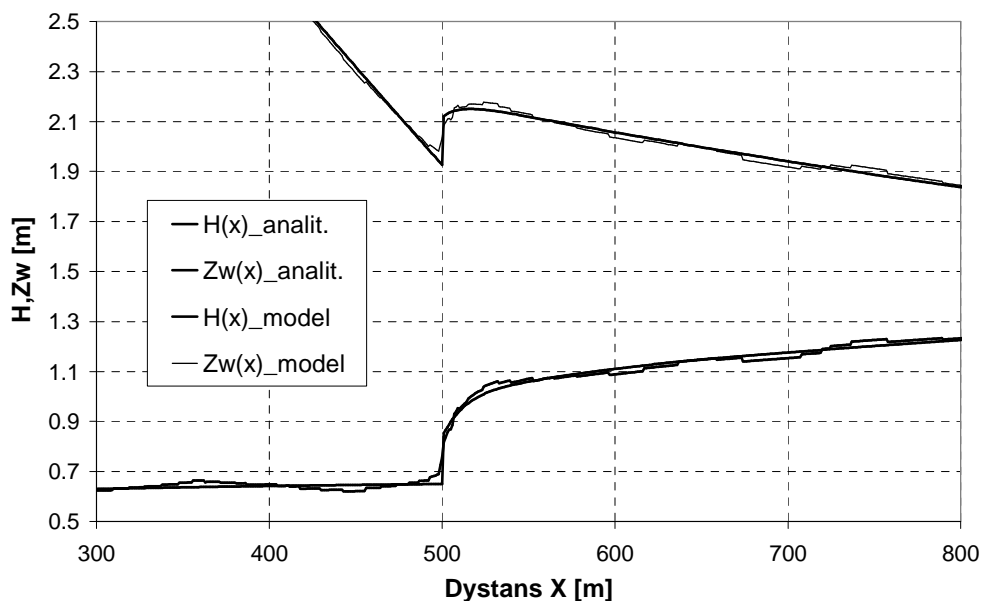
Metoda zawarta w układzie (22) rozwiązuje „wnętrze” danego odcinka. Aby znaleźć rozwiązanie dla przekrojów skrajnych, trzeba dostarczyć odpowiednich warunków brzegowych i zastosować metodę charakterystyk (Ewertowski, 2003).

5. Przykład testowy

Dla obliczeń testujących proponowaną metodę wybrano kanał prostoliniowy o przekrojach prostokątnych i zmiennym spadku dna $S_d(x)$. Długość kanału $L_k = 1000$ m, szerokość $B = 10$ m, zasilanie kanału w górnym przekroju: $Q_g = 20$ m³/s, współczynnik szorstkości Manninga $n_m = 0.02$. Ruch jest rwący w górnej połowie kanału ($Fr > 1$), potem poprzez odskok hydrauliczny w połowie jego długości przechodzi w ruch spokojny ($Fr < 1$). Zmiana reżimu ruchu wymuszona jest specjalnym doбором funkcji spadku dna $S_d(x)$. Jest to problem posiadający analityczne rozwiązanie (MacDonald, 1997). Założony spadek dna $S_d(x)$ i jego położenie $Z_d(x)$ oraz uzyskane rozwiązania numeryczne i analityczne dla $h(x)$ i $Z_w(x)$ są pokazane na rys. 1 i rys. 2



Rys.1. Dane (spadek dna i jego położenie) i wyniki obliczeń ($h(x)$, $Z_w(x)$) dla kanału testowego



Rys.2. Obliczone $h(x)$ i $Z_w(x)$ w porównaniu z rozwiązaniem analitycznym w rejonie odskoku

6. Podsumowanie

1. Dla poprawnego modelowania przepływu na małych rzekach górskich należy uwzględnić występowanie ruchu krytycznego i podkrytycznego. Do tego celu zaproponowano oddzielny model obliczeniowy dla ruchu transkrytycznego. Model ten, bazujący na aproksymacji Roe'go zagadnienia Riemanna, jest całkowany po czasie za pomocą schematu niejawnego i jest pod tym względem spójny z modułami obliczeniowymi dla ruchu spokojnego. Zaproponowana metoda obliczeniowa została przetestowana dla ruchu ustalonego w kanale prostokątnym oraz, we wstępnym zakresie, dla ruchu nieustalonego na odcinku rzeki górskiej – Ścinawki w Kotlinie Kłodzkiej.
4. Porównanie uzyskanych rozwiązań z rozwiązaniami analitycznymi dla prostego przypadku prostokątnego kanału testowego wskazuje na poprawność działania metody i dobrą zgodność uzyskanych wyników z rozwiązaniem analitycznym. Wdrożenie tej metody w ramy funkcjonującego modelu sieciowego wymaga jeszcze rozwiązania kilku zagadnień związanych z warunkami brzegowymi, kalibracją parametrów i testowaniem dla batymetrii cieków naturalnych.

Delis A., Skeels C., *Implicit TVD methods for modelling discontinuous channel flows*, in J.S. Gulliver, Energy and water: Sustainable development (Proc. of theme D: the XXII Congress of the Int. Assoc. for hydraulic Research, NY), pp.222-228, 1997:

Delis A., Skeels C., Rylie S., *Evaluation of some approximate Riemann solvers for transient open channel flows*, J. of Hydraulic Research, 38(3), pp. 217-231, 2000

Ewertowski R., *Mathematical model of the river Odra estuary*, PIANC Biulletin No 60, str. 95-114, Bruxelles, 1988

Ewertowski R., *Ruch transkrytyczny i zbiorniki przepływowe w transformacji fali powodziowej na Ścinawce*, XXIII Ogólnopolska Szkoła Hydrauliki, Tleń, IBW PAN, Gdańsk, 2003

MacDonald R., *Analytic benchmark solutions for open channel flows*, JHE 123, 1997
Roe P., *Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes*, Comput. Phys. , 43, pp. 357-372, 1981

Roe P., *Upwind differencing schemes , hyperbolic conservation laws with source terms*, 1st Int. congress on Hyperbolic Problems, St. Etienne (ed. C. Carassa, D. Serre), 1986

UNSTEADY TRANSCRITICAL FLOW MODEL BASED UPON 1-D IMPLICIT SCHEME BY ROE APPROXIMATION OF RIEMANN SOLVERS

Summary

In rivers of steep slope bed often occurs rapid supercritical flow (Froude number F_r approaches 1.0 and eventually exceeds the value). During transformation of flood wave downstream both kinds of water movement occur and, locally, they can exchange themselves in some places (situation described as “transcritical” flow).

A first attempt, made by the author to address this problem, has been based on the explicit Mac'Cornack scheme, contradicted to the implicit Preismann scheme, used for slow flow in unsteady flow model for river network. In the paper new implicit computational schema has been worked out for numerical solution of transcritical flow, resulted from numerical approximation of differential conservative water movement equations. It has been based on approximated Riemann solver for initial value Riemann problem together with flux approximation using Roe method and with one-parameter implicit numerical integration scheme over time. This method has been implemented as a separate numerical module of the whole flow modeling system for river network. Some numerical experiments, made for the case of simple rectangular channel confirmed its good quality and made possible its implementing for real-world flow in mountain steep slope rivers.

Streszczenie

W rzekach o dużym spadku dna często występuje ruch rwący (liczba Froude'a zbliża się do wartości 1.0 i ją przekracza). Podczas transformacji fal powodziowych w takich ciekach występują oba reżimy ruchu i lokalnie mogą one w niektórych lokalizacjach “wymieniać się” (są to przypadki tzw. ruchu „transkrytycznego”).

Pierwsza próba autora rozwiązania tego zagadnienia była oparta na jawnym schemacie różnicowym Mac'Cornacka i była ona niespójna z niejawnym schematem Preismann, używanym przez moduł obliczeniowy ruchu wolno-zmiennego w ramach modelu nieustalonych przepływów w sieci rzecznej. W niniejszej pracy zaproponowana została nowa metoda obliczeniowa dla rozwiązania przepływu transkrytycznego, wynikająca z numerycznej aproksymacji zachowawczych równań różniczkowych ruchu wody w jednym wymiarze przestrzennym. Metoda bazuje na przybliżonym rozwiązaniu Riemanna dla początkowego zagadnienia Riemanna wraz z zastosowaniem aproksymacji strumienia za pomocą metody Roe'go oraz wykorzystaniem jedno-parametrowego schematu niejawnego dla całkowania po czasie. Opracowana metoda została zaimplementowana jako oddzielny moduł obliczeniowy w ramach ogólnego systemu modelowania przepływów w sieci rzecznej. Eksperymenty obliczeniowe dla przypadku kanału prostoliniowego o przekrojach prostokątnych i wymuszoną poprzez zmienny spadek dna zmianą reżimu ruchu potwierdziły dobrą jakość metody i. umożliwiły w następnym kroku, jej zaadoptowanie dla rzeczywistych warunków przepływu w górskiej rzece o znacznym spadku dna.