

**GEODEZJA**  
**Kierunek BUDOWNICTWO**      **rok I , sem.2**

st. wykładowca

mgr inż. Bogusława Fiłoniuk-Czajkowska

Bogusława.Filoniuk@zut.edu.pl

ZUT Szczecin

W B i A

Zakład Geodezji i Pomiarów Hydrograficznych

## Literatura przedmiotu

"Geodezja" Wiesław Kosiński, Wyd. SGGW, Warszawa 2005

"Geodezja dla kierunków niegeodezyjnych", S. Przewłocki,  
PWN Warszawa 2002.

"Pomiary geodezyjne w praktyce inżynierskiej", J.Gil,  
UZ Zielona Góra 2005

S.Przewłocki *Geodezja dla Inżynierii Środowiska*,  
Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997

## Mapa jako podkład geodezyjny do projektowania

Działania specjalistów z różnych dziedzin wiedzy często oparte są na wykonanych z odpowiednią dokładnością mapach, które przedstawiają ukształtowanie powierzchni Ziemi, jej elementy fizjograficzne oraz wszelkie objawy życia gospodarczego, społecznego, kulturalnego itp..

Mapy wykorzystuje się do celów np. :

- planowania przestrzennego,
- budownictwa miejskiego, przemysłowego itp.,
- ewidencji gruntów, budynków, infrastruktury uzbrojenia terenu,
- opracowań realizacji zamierzeń gospodarczych ujętych w planach zagospodarowania terenu...itp.

Dla prawidłowego wykonania prac planistycznych i projektowych ważna jest umiejętność czytania map, umiejętność oceny ich dokładności i aktualności, jak i podstawowych zasad ich tworzenia.

## Definicja mapy i jej podstawowe cechy

### Mapa sytuacyjna – definicja

- ! Jest to **graficzny obraz powierzchni Ziemi lub jej części** (elementów terenu tworzących sytuację),
- ! - **zmniejszony, przedstawiony na płaszczyźnie w sposób określony**
- ! - **matematycznie - zapewniający jej wymierność,**
- ! - **wykonany przy użyciu umownych, symbolicznych**
- ! - **środków graficznych.**

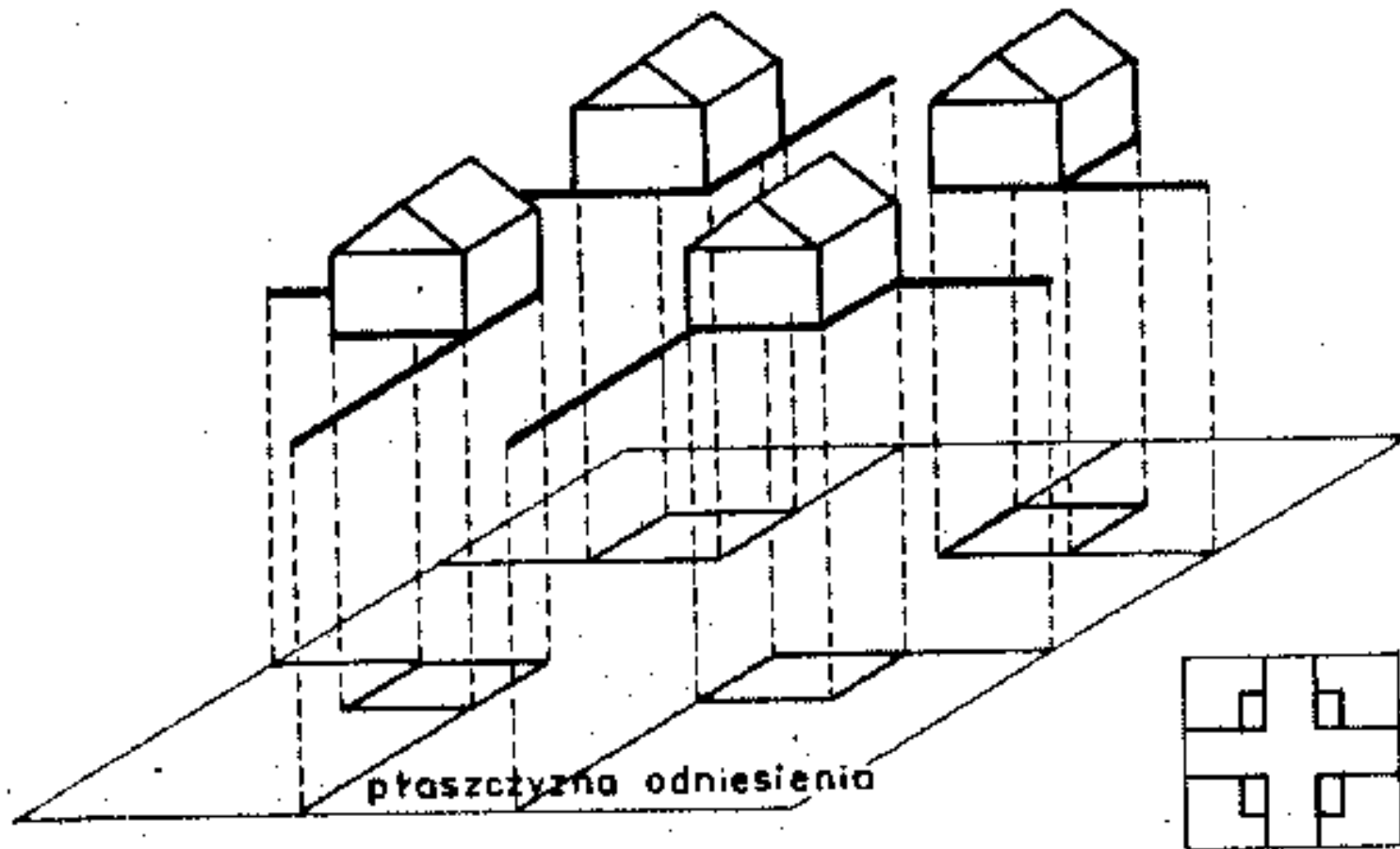
! Jeżeli uzupełnimy treść mapy w elementy rzeźby terenu (trzeci wymiar) to otrzymamy **mapę sytuacyjno-wysokościową.**

! **Mapa analogowa-** to mapa wykonana na tradycyjnych nośnikach papierowych, foliach, kliszach itp..

### ! **Mapa numeryczna:**

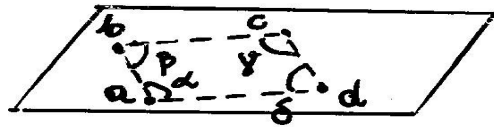
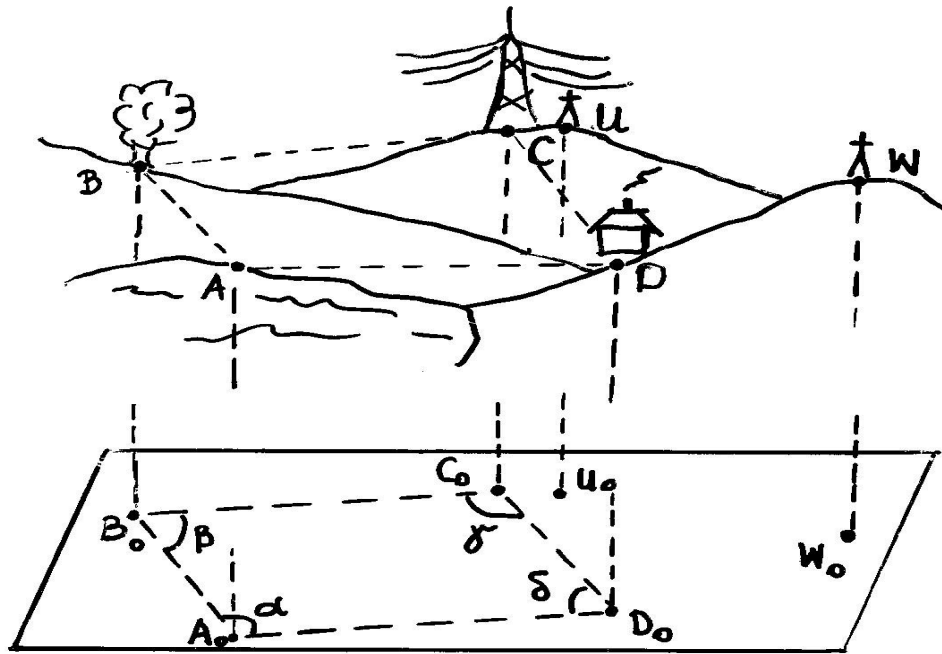
! Jest to mapa w formie cyfrowej, której obiekty przedstawione są w formie obiektów wektorowych lub obrazów rastrowych.(często powstaje w wyniku dygitalizacji lub skanowania do bazy danych treści map analogowych).

# Mapa jako rzut ortogonalny elementów terenu na płaszczyznę




Rys. 1.8. Rzutowanie prostokątne elementów terenu na płaszczyznę

Odwzorowanie terenu  
na płaszczyznę  
z uwzględnieniem skali  
i znaków umownych.



b 

c 

d 

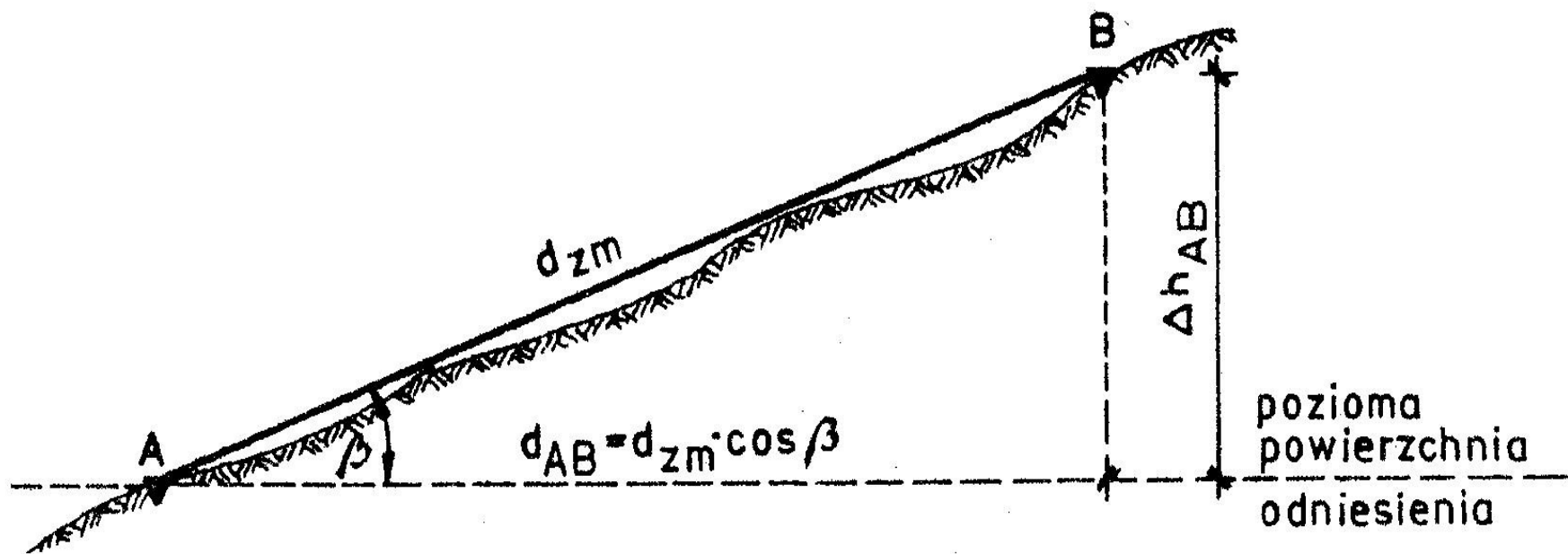
# Cechy mapy analogowej

Mapa jest obrazem :

- 1) dwuwymiarowym, wykonanym na płaszczyźnie;
- 2) zmniejszonym a stopień tego zmniejszenia określa skala mapy 1:M;
- 3) wymiernym - pozwala na wykonanie pomiarów z określoną dokładnością;
- 4) symbolicznym tzn. że zjawiska i przedmioty występujące na powierzchni Ziemi przedstawia się na mapie symbolicznymi znakami graficznymi (znaki umowne, symbole, litery, cyfry, itp);
- 5) elementy sytuacji powierzchni Ziemi przedstawia się w sposób uogólniony dokonując tzw. generalizacji ( *dokonyje się wyboru szczegółów w zależności od skali i przeznaczenia mapy*);

Mapa analogowa z uwagi na dostępność jest wciąż najczęściej wykorzystywanym materiałem do celów projektowych. ( *jej treść ograniczona jest przepisami*).

ad.2) **Skala mapy** – jest to stosunek długości **d** odcinka na mapie do jego długości **D** w terenie (jego rzutu prostokątnego na poziomą płaszczyznę odniesienia!)



Rys. 1.5. Redukcja boku zmierzonego po ziemi do wartości jego rzutu



## Operowanie skalami

**Skala mapy w ujęciu matematycznym  $1:M = d:D$**

(gdzie  $M$  jest liczbą niemianowaną, mówiącą o stopniu zmniejszenia długości odcinka)

Zależności między skalami :

**$1:M > 1:N$  gdy  $M < N$**  np..  $1:500 > 1:1000$  bo  $500 < 1000$

Dla dwóch odcinków na mapach o dwóch różnych skalach  $1:M$  i  $1:N$  i tej samej długości w terenie zachodzi zależność:  **$d_m:d_n = N:M$**

Zależność między **powierzchniami** na mapie i w terenie:

$$1:M^2 = p:P$$

Dokładność skali zależy od jej wartości i dokładności graficznej mapy: np.. skala  $1:500$ , dokładność graficzna mapy  $d=0,1\text{mm}$

Stąd  **$D = d \times M = 0,1\text{mm} \times 500 = 5\text{cm}$**

**Skalę przedstawioną graficznie nazywamy podziałką (liniową lub rozbudowaną poprzecznie- transwersalną)**

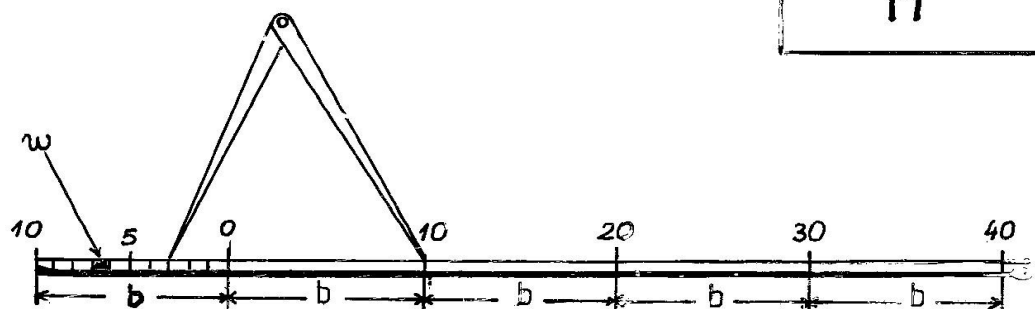
## Podziałka to graficzny obraz skali mapy

Podziałka - graficzny obraz skali

P. liniowa

$$B = m \cdot t \quad \text{gdzie } m = 10$$

$$b = \frac{B}{M} = \frac{m \cdot t}{M}$$



$b$  - podstawa podziałki ,  $B$  - odpow. jej wkł. terenowa

$w$  - działka elementarna  $w = \frac{b}{m}$




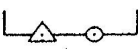
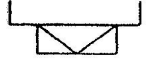





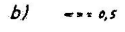

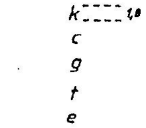
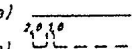

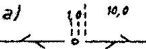
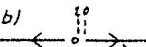


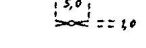
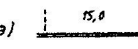
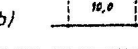
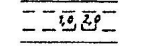
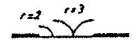
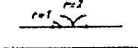
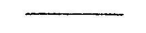
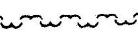
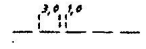
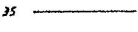

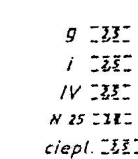
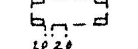
$m$  - liczba działek elementarnych

# Znaki umowne i opisy na mapach

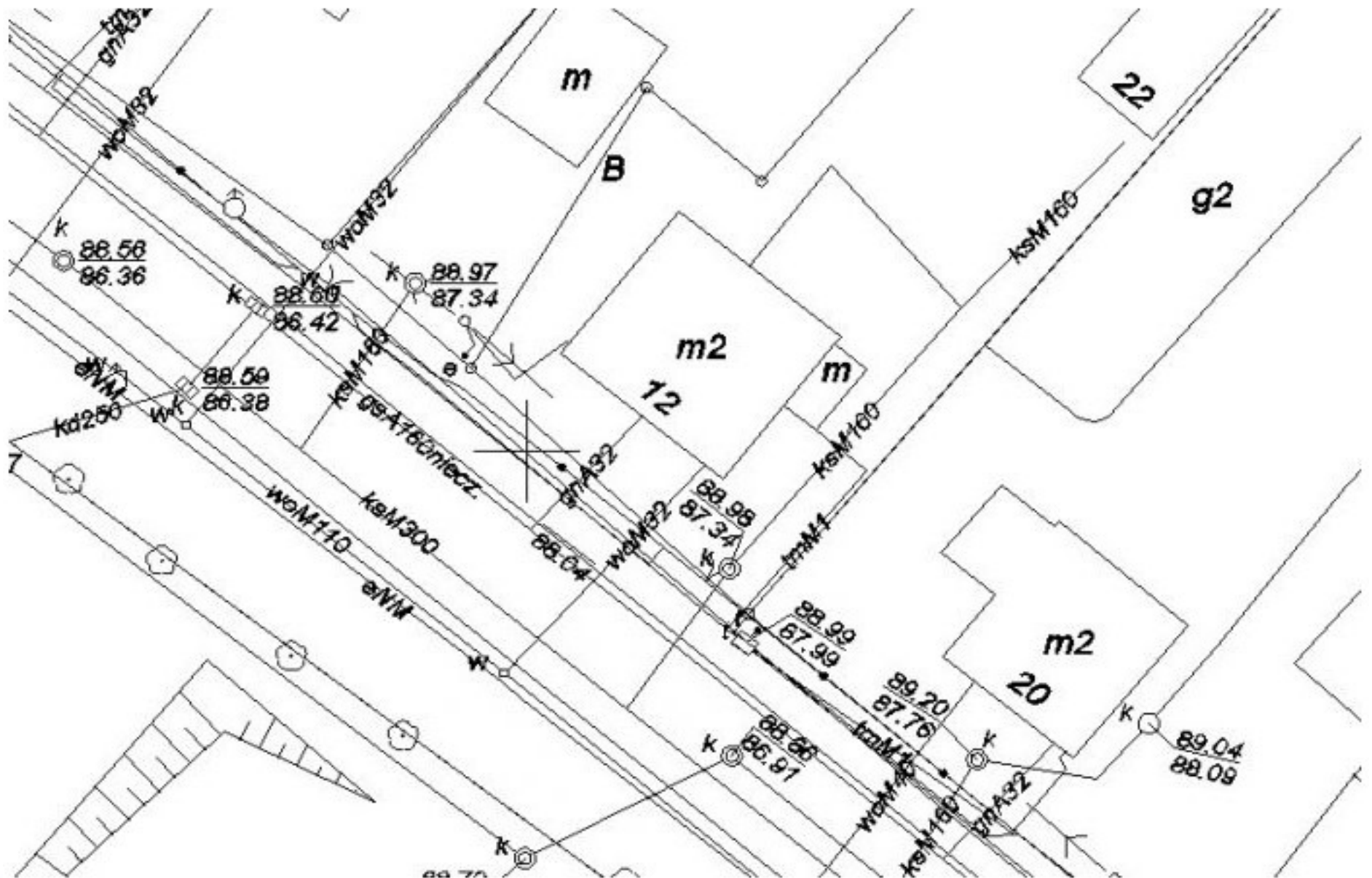
Znaki umowne, sygnatury i opisy na mapach służą do przedstawienia sytuacji i rzeźby terenu. Ich kształt, wielkość, grubość linii, rozmieszczenie itp. określają **Instrukcje techniczne GUGiK np. K-1 dla mapy zasadniczej.**

Zgodnie z w/w Instrukcją:

- przedstawiamy zawsze te elementy które da się przedstawić w skali mapy
- dla szczegółów, których nie da się przedstawić w skali stosujemy znaki umowne, sygnatury i opisy,
- minimalny odstęp między znakami to 0,3mm,
- położenie przedmiotu w terenie i na mapie muszą być zgodne (środek geometryczny znaku odpowiada środkowi przyziemia przedmiotu terenowego). liniowy-osi..itp.
- znaki-symbole nie związane z kierunkiem umieszcza się prostopadle do południowej ramki arkusza,

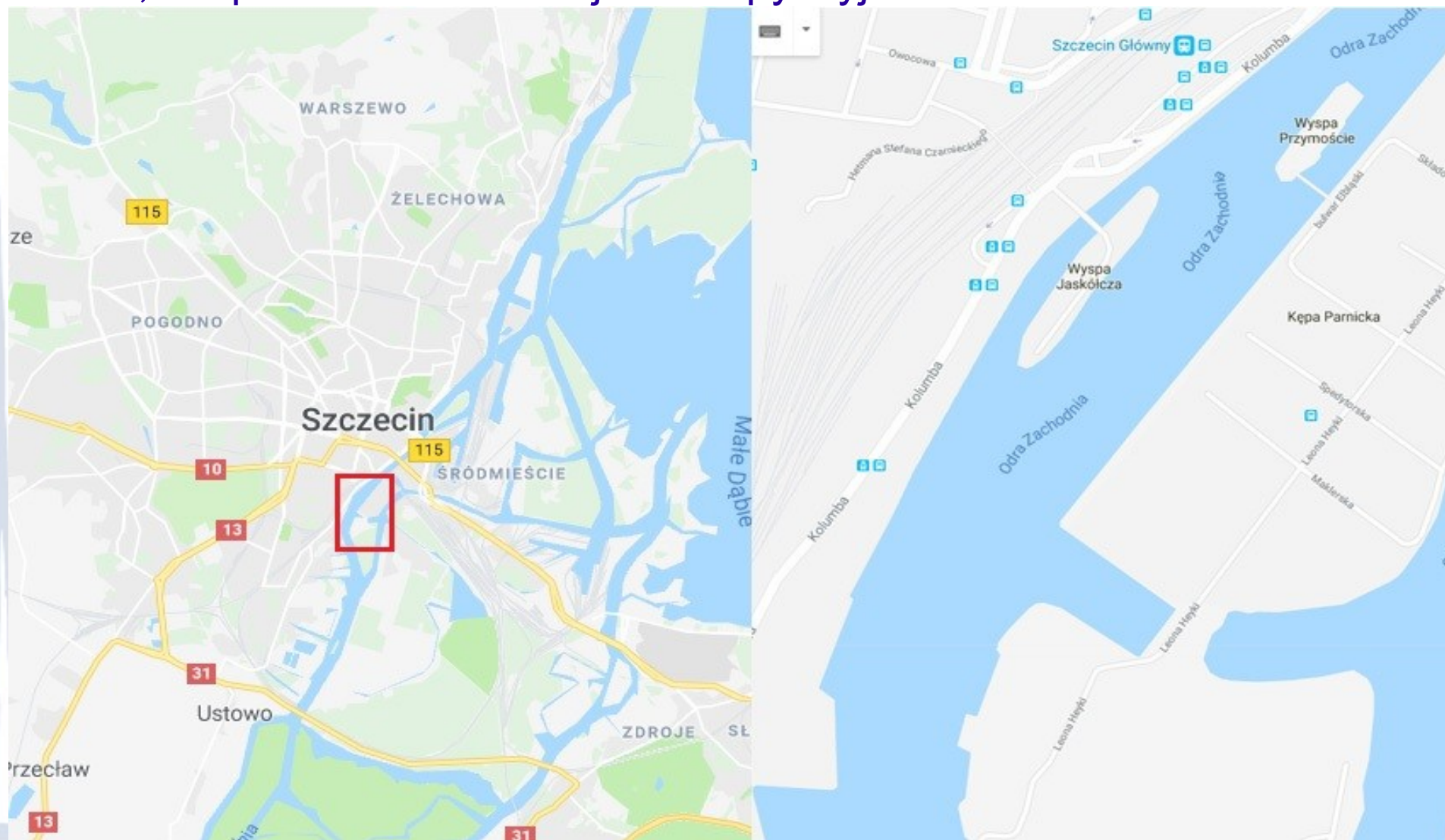
Nr	Przedmiot sytuacyjny	Znak	Nr	Przedmiot sytuacyjny	Znak
1	Punkty osnowy poziomej: a) podstawowej b) szczegółowej	a)  b) 	14	Taras odkryty	
2	Punkty osnowy poziomej-ścienne		15	Taras kryty (weranda)	
3	Punkt osnowy pomiarowej stabilizowany trwale		16	Schody, świetliki (luki okienne)	
4	Punkty osnowy wysokościowej: a) podstawowej b) szczegółowej	a)  b) 	17	Kontur armatury: a) w skali mapy b) symbol.	a)  b) 
5	Punkty osnowy wysokościowej-ścienne		18	Oznaczenia rodzajów armatury i budowli naziemnych uzbrojenia podziemnego sieci: - kanalizacyjnej - ciepłej - gazowej - telekomunikacyjnej - elektroenergetycznej	
6	Granica: a) działki b) użytku	a)  b) 	19	Stopy z kierunkami linii napowietrznych sieci: a) telekomunikacyjnej b) elektroenergetycznej niskiego napięcia c) elektroenergetycznej wysokiego napięcia	a)  b)  c) 
7	Znak graniczny stabilizowany trwale		20	Latarnia na stupie bez przewodów napowietrznych	
8	Ogrodzenie trwałe: a) w skali mapy b) symbol	a)  b) 	21	Droga z oznaczeniem krawędzi jezdni	
9	Brama i furtka w ogrodzeniu	 	22	Krawężnik	
10	Żywopłot		23	Krawędź chodnika pasa zieleni	
11	Linia obrysu budynku: a) ognioodpornego b) ognionieodpornego	a)  b) 	12	Oznaczenia budynków: - gospodarczy - inny - liczba kondygnacji - numer porządkowy - określenia, np. ciepłarnia	
12					
13	Wiata				

## Znaki umowne na mapie zasadniczej w skali 1:500

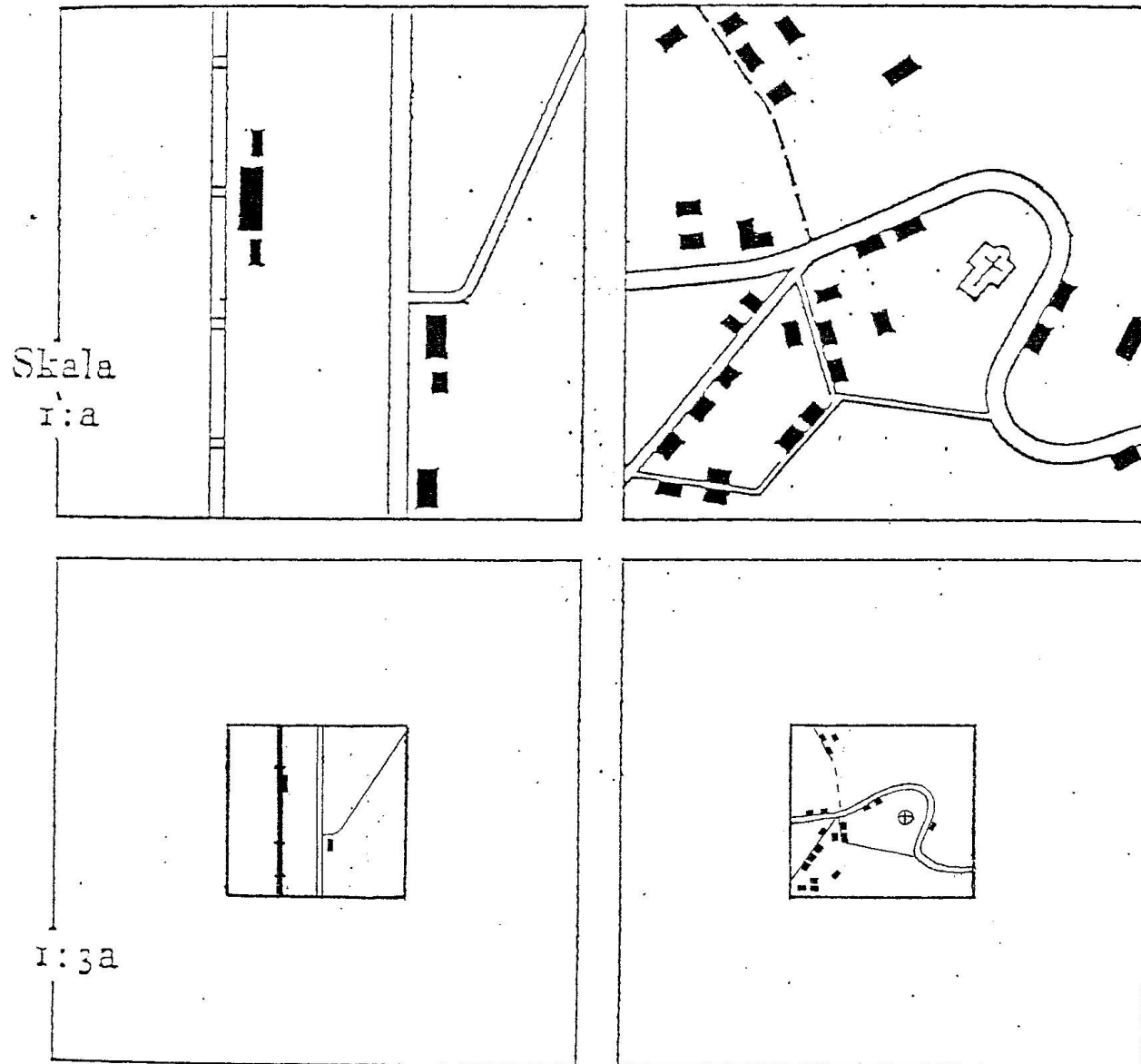


**Generalizacja mapy – proces zmniejszania szczegółowości mapy wraz ze zmniejszaniem jej skali.**

**Generalizacja pierwotna**-dokonujemy jej bezpośrednio w terenie na etapie prac pomiarowych(zależy od skali i treści mapy), **generalizacja wtórna** ma miejsce przy tworzeniu map pochodnych o mniejszych skalach, w oparciu o dokładniejsze mapy wyjściowe tzw. wielkoskalowe.



# Przykład generalizacji wtórnej - trzykrotne pomniejszenie skali



## Dokładność kartometryczna mapy

**O dokładności kartometrycznej mapy** (dokładności położenia punktu na mapie) **decydują błędy:**

- materiałów wyjściowych (pomiarów geodezyjnych),
- naniesienia punktów na mapę (kartowanie treści mapy i jej reprodukcja),
- znaków umownych przedstawianych w skali (konieczność przesunięcia znaków by się nie nakładały)
- deformacji papieru (jest wynikiem wilgotności i temperatury powietrza, sposobem jej przechowywania),

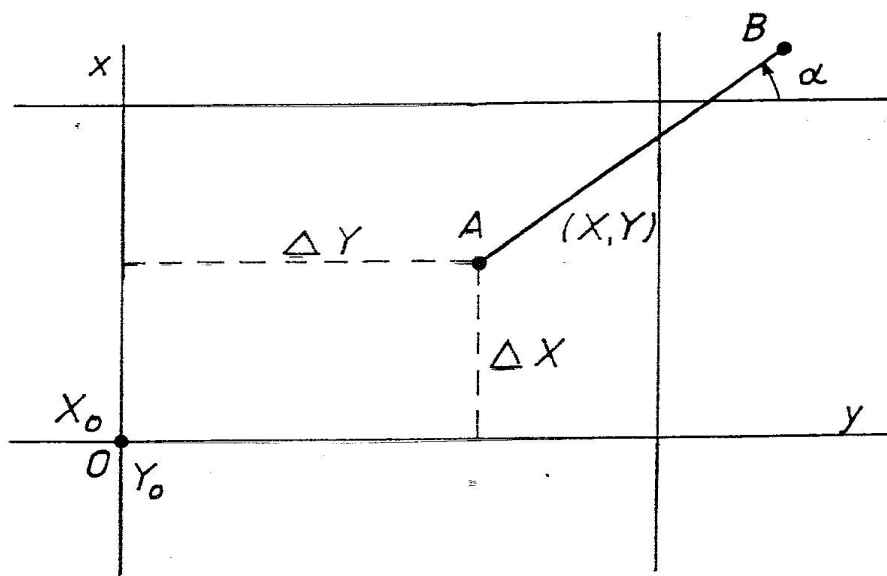
Skurcz liniowy danego arkusza mapy określamy na podst. procentowych zmian długości jego ramki :

$$p\% = \frac{\Delta b \times 100}{b} \quad \text{ i } \quad q\% = \frac{\Delta h \times 100}{h}$$

a dla kierunku na azymucie  $Az$  stosujemy wzór:

$$S\% = p\% \sin^2 Az + q\% \cos^2 Az$$





## Pomiary na Mapie

z uwzględnieniem skurczu podłoża mapy

1. Wyznaczenie współrzędnych  $(X, Y)$  p-tu A :

$$X_A = X_0 + \Delta X (1 + k_x)$$

$$Y_A = Y_0 + \Delta Y (1 + k_y)$$

gdzie :  $(X_0, Y_0)$  - współrzędne naroża arkusza (sekcji).

$(k_x, k_y)$  - " - " - deformacji mapy

2. Pomiar długości odcinka:

$$D = d \cdot M + D' (k_x \cdot \cos^2 \alpha + k_y \cdot \sin^2 \alpha)$$

$$D' = d \cdot M \quad D = d \cdot M (1 + k)$$

lub na podstawie współrzędnych:

$$D_{AB} = \sqrt{\Delta X_{AB}^2 + \Delta Y_{AB}^2}$$

## **Dokładność kartometryczna dla pozostałych elementów mapy**

**Na podstawie przeprowadzonych analiz, dokładność kartometryczną map analogowych określono następująco:**

- dla punktów osnowy geodezyjnej i siatki układu współrzędnych  $\pm 0,25\text{mm}$**
- dla pozostałych punktów sytuacyjnych  $\pm 0.25\text{mm}$**
- pomiaru odległości  $\pm 0.9\text{mm}$**
- pomiary kierunku  $\pm 0.6\text{st.}$**

**Średnie błędy wysokości warstw nie przekraczają wartości:**

- 1/3 skoku warstwicowego dla terenów o nachyleniu do 2st.**
- 2/3 skoku warstwicowego dla terenów o nachyleniu do 6st.**
- 1 cięcia warstwicowego dla terenów o nachyleniu  $>$  od 6st.**

**Zasadnicze cięcia warstwiczne na mapie zasadniczej (o pochyleniu stoku  $< 6\text{st.}$ ) wynosi 1m a dla terenów górzystych i wysokogórskich wynosi 2.5m.**

**Dokładności punktów osnowy wysokościowej to min.10cm**

## Błędy systematyczne i przypadkowe wyników pomiaru

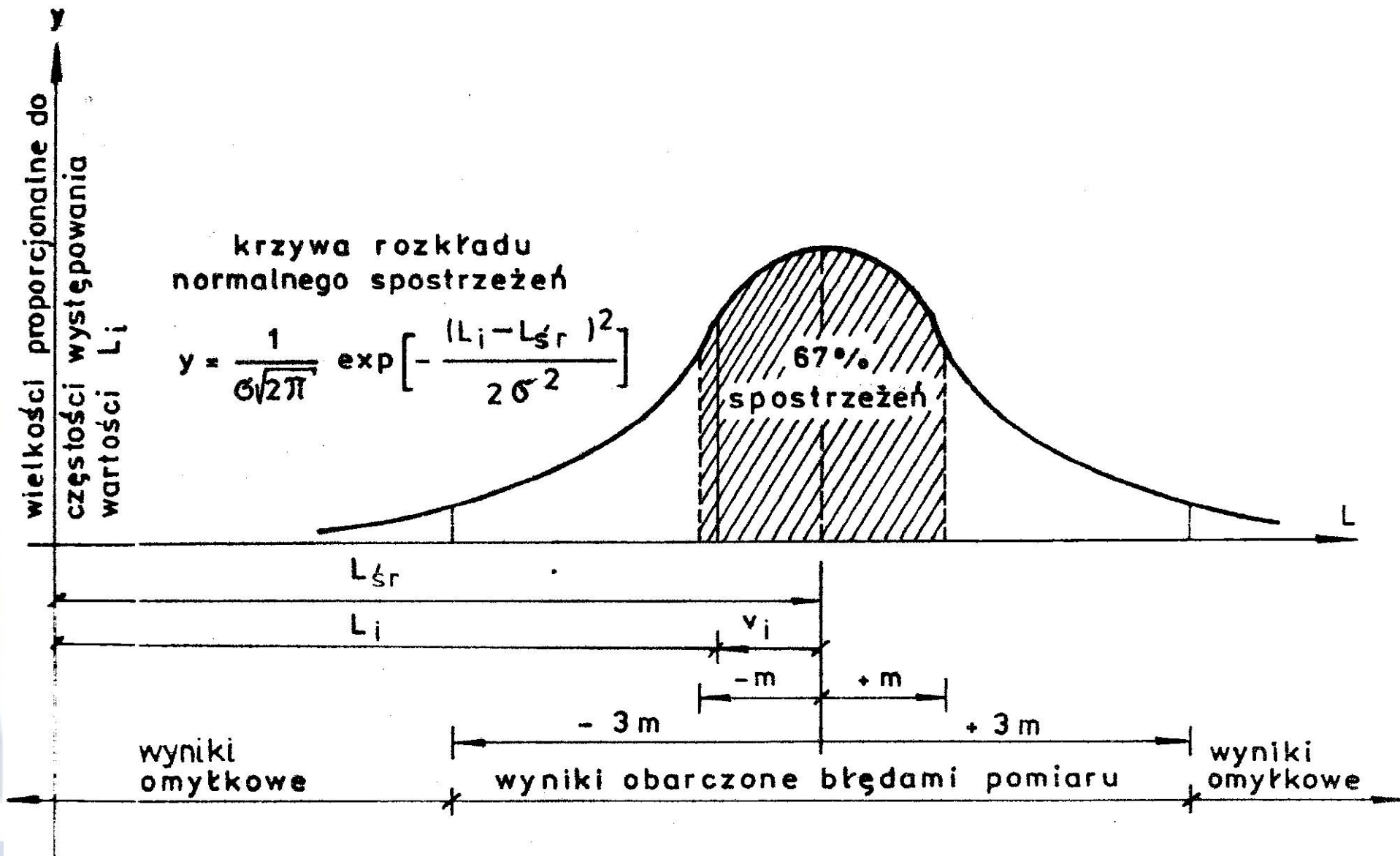
Każdy pomiar obciążony jest błędem pomiarowym (sprzęt i zmysły człowieka) co zniekształca prawdziwą wartość. Otrzymany rozrzut w wynikach uznajemy za **zmienną losową** a wyniki pomiaru układają się według tzw. **rozkładu normalnego funkcji**, która opisuje te spostrzeżenia. **Wartości tych spostrzeżeń wynikają z:**

- wielkości mierzonego elementu,
- stałej wartości (**błąd systematyczny**), wynikającej z dokładności sprzętu pomiarowego,
- zmiennej wartości (niedoskonałość zmysłów człowieka) zwanej **błędem przypadkowym**.

Błędy **systematyczne sumują się**, stąd przez odpowiednie metody obliczeń lub pomiaru **można usunąć ich wpływ** na wynik pomiaru.

**Błędów przypadkowych nie można usunąć**, wartość ich wpływu na wynik pomiaru można tylko oszacować. Przedział tych błędów pokazuje **krzywa rozkładu normalnego**.

**Krzywa rozkładu normalnego wyników pomiaru wielkości L**  
**Przedziały błędów przypadkowych: 67% odchylenie standardowe**  
**twz, błąd średni, 99,7%-błąd graniczny**



Oszacowaniem wielkości przedziałów błędów zajmuje się teoria błędów, która opiera się na statystycznych modelach ich rozkładu. Przyjmując, że model ten ma rozkład normalny (rys. 1.9) określono, że: wartość błędu średniego  $m$  wyraża się wzorem:

$$m = \pm \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}} \quad (1.5)$$

gdzie:

$v_i = L_i - L_{sr}$  – różnica między każdym rezultatem a średnią utworzoną z tych rezultatów,

$n$  – liczba wykonanych pomiarów.

Za maksymalny błąd pomiaru uważamy wartość trzykrotnie większą od błędu średniego

$$m_{\max} = 3 m. \quad (1.6)$$

W praktyce bardzo często nie mierzy się bezpośrednio wielkości poszukiwanej, lecz wyznacza się ją z funkcji innych zmierzonych elementów. Jeśli funkcja ta posiada postać  $F(x, y, \dots, z)$ , w której zmienne  $x, y, \dots, z$  nie są wzajemnie zależne, a zostały pomierzone z błędami  $m_x, m_y, \dots, m_z$ , to błąd średni tej funkcji wyznacza wzór:

$$m_{F(x, y, \dots, z)} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 m_x^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 m_y^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 m_z^2} \quad (1.7)$$

gdzie:

$\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}$  – pochodne cząstkowe obliczanej funkcji  $F(x, y, \dots, z)$  względem  $x, y, \dots, z$

Geodezja. Powierzchnie odniesienia. Odwzorowania.  
Układy współrzędnych na mapach.

**Geodezja** jest to nauka i technika zajmująca się pomiarami i badaniami rozmiarów i kształtów kuli ziemskiej lub jej części, rozwiązywaniem zagadnień projektowo - badawczych w różnych dziedzinach gospodarki i nauki.

## **Geodezję najogólniej dzieli się na**

1) **Wyższą** – zajmującą się badaniami i wyznaczeniem wymiarów i kształtów bryły ziemskiej,

2) **Niższą** (ogólną, podstawową) – zajmuje się pomiarami sytuacyjno-wysokościowymi na mniejszych obszarach rozpatrywanych w odniesieniu do płaszczyzny.

**Pomiary sytuacyjne tzw. poziome** – ich wynikiem jest wyznaczenie ortogonalnego rzutu punktów powierzchni Ziemi na płaszczyznę odniesienia.

**Pomiary wysokościowe tzw. pionowe** – pozwalają określić odległości poszczególnych punktów powierzchni Ziemi od przyjętej powierzchni odniesienia.

**Rolą geodezji w budownictwie i architekturze jest dostarczenie odpowiednich map tzw. podkładów geodezyjnych dla celów projektowych, wykonanie pomiarów realizacyjnych i inwentaryzacyjnych oraz badanie odkształceń i przemieszczeń w obiektach budowlanych.**



**GEOIDA** -to powierzchnia ekwipotencjalna (jednakowych potencjałów), którą dla danej wartości  $q$  utworzyłyby wody mórz rozciągniętych pod Ładami wirującej Ziemi.

Ze względu na różną gęstość Ziemi, co ma wpływ na kształt geoidy, matematyczne określenie jej przebiegu jest niemożliwe. Stąd zastąpiono ją:

1) **elipsoidą obrotową** (spłaszczoną na biegunach), jej wymiary są tak

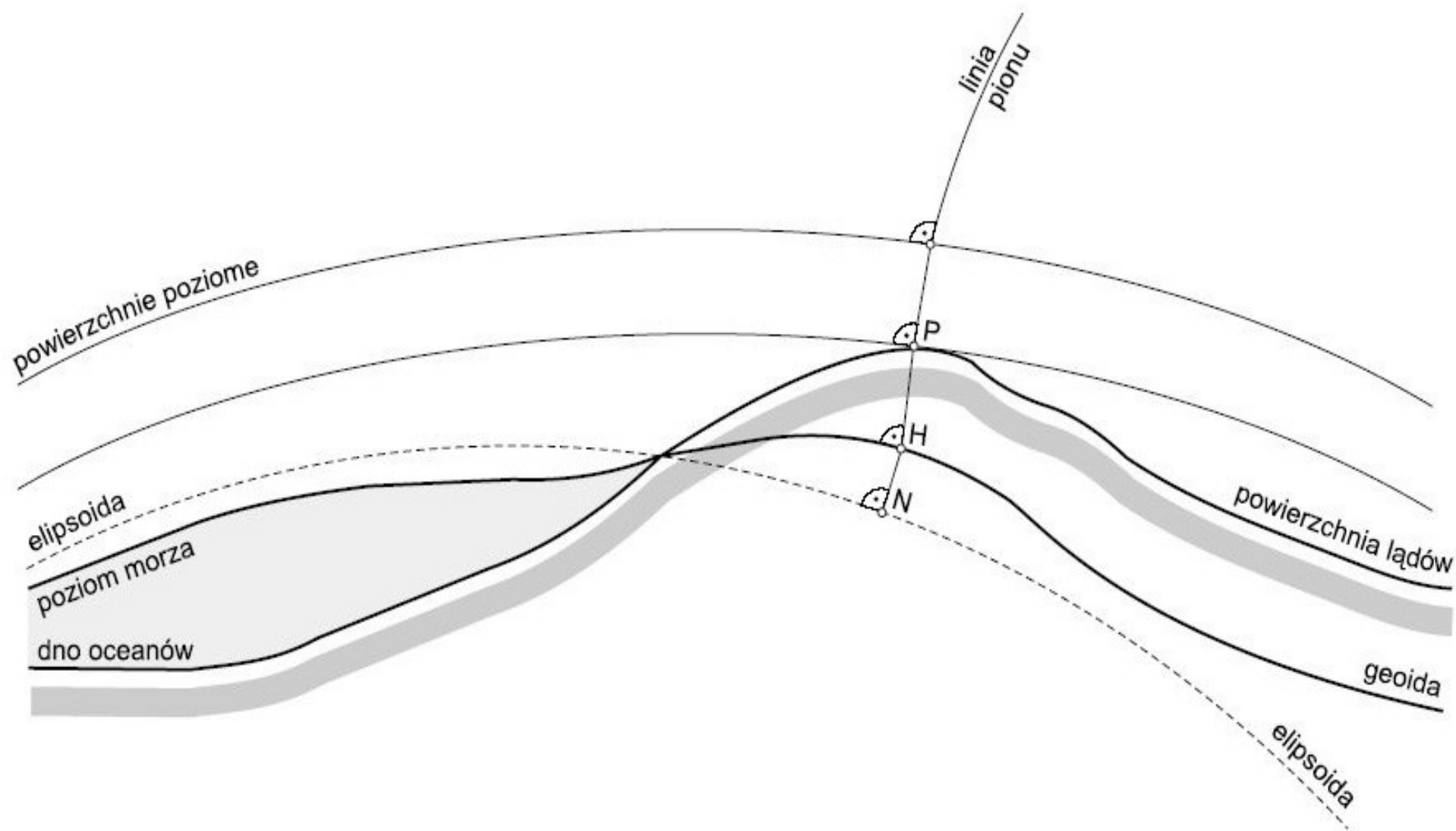
Dobierane, by jej powierzchnia jak najlepiej przylegała do geoidy. Jej parametry to: półosie  $a$  i  $b$  oraz spłaszczenie:  $f = a - b / a = 1/298.3$

2) **kula** – stosowana dla obszarów od 50 do 15000km kw, jest styczna do elipsoidy w środku mierzonego obszaru ( $R= 6370\text{km}$ ).

3) **płaszczyzna** – styczna do kuli lub elipsoidy w środku mierzonego obszaru,

Obszar  $p < 80\text{km kw}$  możemy uznać za płaski, jeżeli godzimy się, by dla długości  $L=10\text{km}$  bł. wynosił  $L=1\text{cm}$  (rozbieżność między długością terenową a jej rzutem na płaszczyznę).

# Przebieg geoidy i elipsoidy względem fizycznej powierzchni ziemi



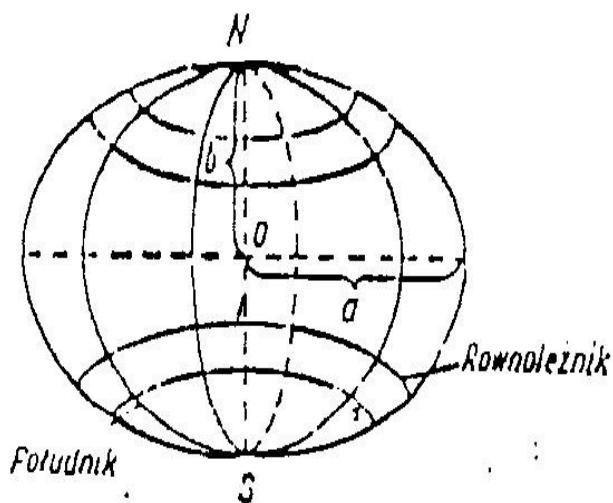
## Elipsoida dwuosiowa jest najlepszą ,matematyczną aproksymacją kształtu Ziemi

3. Elipsoida dwuosiowa - dla obciążarów ponad 15 000 km<sup>2</sup>. W Polsce stosowana jest obecnie elipsoida Krassowskiego, o wymiarach:

- duża półkaś  $a = 6378\ 245\ \text{m}$

- mała półkaś  $b = 6356\ 863\ \text{m}$

- spłaszczenie  $p = \frac{a - b}{a} = 1:298,3.$

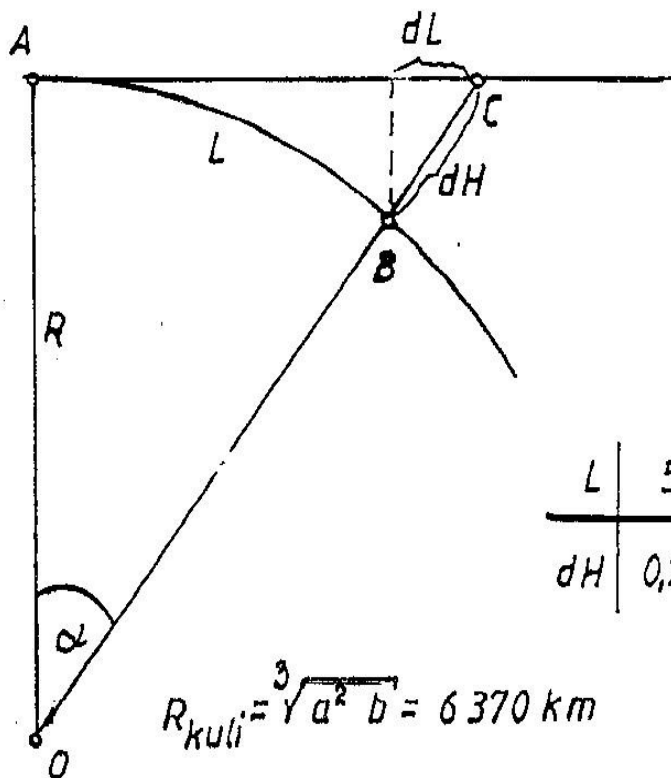


# Elipsoidy (i ich parametry) stosowane w Polsce

Nazwa elipsoidyz	data określenia	a [m]	b [m]	1/f
BESSELA <sub>c</sub>	1841	6 377 397,16	6 356 078,96	299,153
HAYFORDA	1909	6 378 388,00	6 356 911,95	297,000
KRASSOWSKIEGO	1940	6 378 245,00	6 356 863,02	298,300
GRS80	1979	6 378 137,00	6 356 752,31	298,257
WGS84	1984	6 378 137,00	6 356 752,31	298,257

# Zniekształcenia liniowe i wysokościowe przy odwzorowaniu wielkości rzeczywistej na płaszczyznę

Zniekształcenia liniowe na płaszczyźnie:



$dL$  - błąd pomiaru długości

$$dL = \bar{AC} - \bar{AB} \quad \text{gdzie } L = \sqrt[3]{3R^2 dL}$$

$dH$  - błąd pomiaru wysokości

$$dH = \bar{OC} - \bar{OB} \quad \text{gdzie } dH = \frac{L^2}{2R} \quad \text{dla } L = \sqrt{2R dH}$$

ZESTAWIENIE WYNIKÓW POMIARÓW:

wysokości

$L$	5	100	113	357	1000	[m]
$dH$	0,2	0,8	1	10	80	[mm]

dla 1 km  $\Delta H \approx 8 - 10 \text{ cm}$

długości

$L$	5	10	--	--	[km]
$dL$	0,116	1,0	--	--	[cm]

dla 10 km  $\Delta L = 1 \text{ cm}$

# Układy współrzędnych stosowane w geodezji

**Położenie obiektów w przestrzeni możemy przedstawić:**

- **względnie** – podając wymiary liczbowe względem istniejących szczegółów sytuacyjnych;
- **bezwzględnie** – określając położenie obiektu w przyjętym układzie współrzędnych.

**Współrzędne są to wielkości kątowe lub liniowe wyznaczające położenie punktu na dowolnej powierzchni lub w przestrzeni względem początku przyjętego układu odniesienia.**

**Układ współrzędnych jest zdefiniowany przez:**

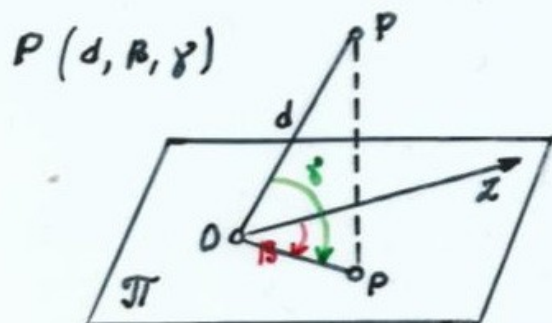
- **jednostkę -1m w układzie SI**
- **orientację osi**
- **położenie początku układu**

# UKŁADY WSP. GEODEZYJNYCH

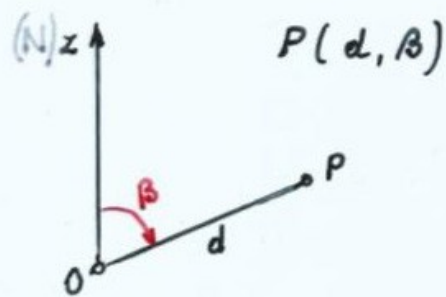
-powierzchnia odniesienia **PLASZCZYZNA**

## I Układ współrzędnych **BIEGUNOWYCH**:

1) Przestrzenny

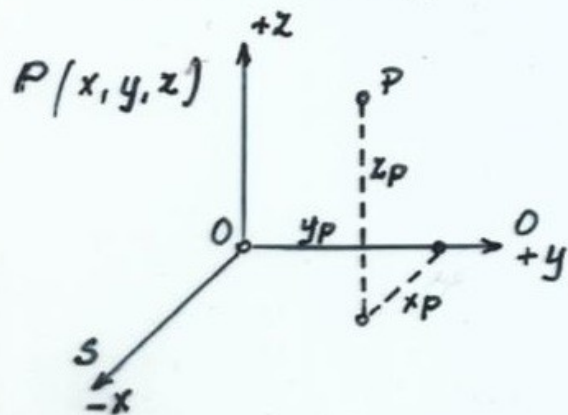


2) Płaski

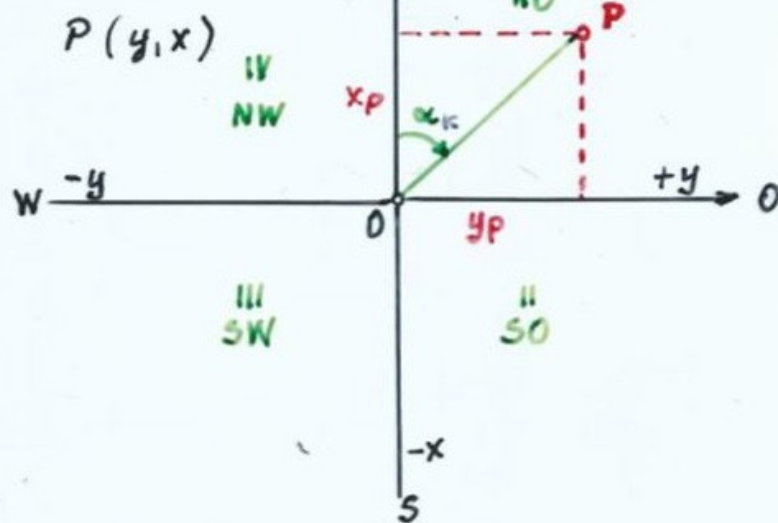


## II Układ współrzędnych **PROSTOKĄTNYCH**:

1) Przestrzenny



2) Płaski



# Układy współrzędnych stosowane w geodezji

## Współrzędne biegunowe:

**Układ przestrzenny:** określają go płaszczyzna  $\pi$  z biegunem  $O$  i kierunek początkowy  $OZ$ . Położenie punktu  $P$  w przestrzeni określają 3 współrzędne  $P(d, \beta, \gamma)$  gdzie:

$d=OP$  (promień wodzący),

$\beta$  - kąt liczony w prawo od osi  $OZ$  (azymut),

$\gamma$  - kąt pochylenia względem płaszczyzny  $\pi$ ,

**Układ płaski:** położenie punktu  $P$  na płaszczyźnie poziomej  $\pi$  ( $O$  – początek układu,  $OZ$ -oś biegunowa) określają 2 współrzędne:  $P(d, \beta)$

## Współrzędne prostokątne (ortogonalne):

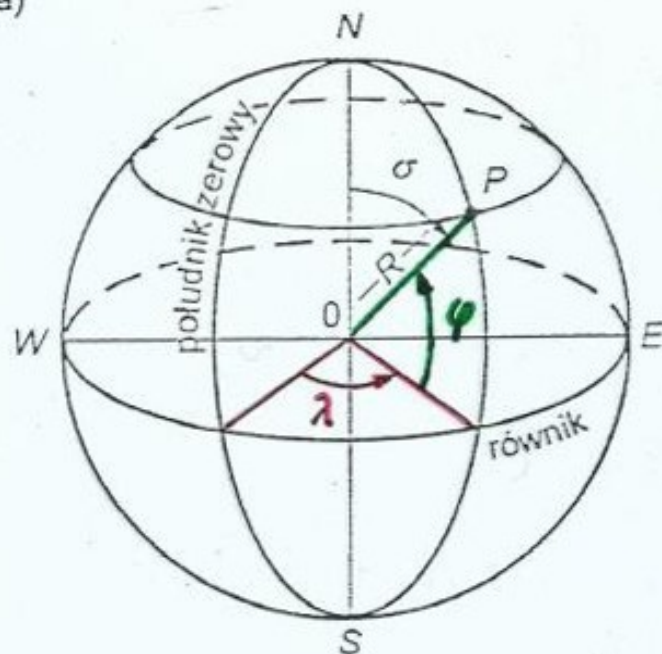
**Układ przestrzenny (geocentryczny),** który tworzą 3 osie wzajemnie prostopadłe ( $X, Y, Z$ ) z początkiem  $O$  (punkt ich przecięcia np. w środku Ziemi). Położenie punktu  $P$  określają: **3 współrzędne liniowe  $P(X, Y, Z)$ .**

**Układ płaski (geodezyjny),** który tworzą dwie prostopadłe osie:  **$X$  (odciętych)** skierowana wzdłuż wybranego południka,  **$Y$  (rzędnych)** pokrywająca się lub równoległa do równika),  $O$  - (punkt przecięcia się osi) początek układu współrzędnych. Położenie punktu  $P$  określają : **współrzędne liniowe  $P(x, y)$**

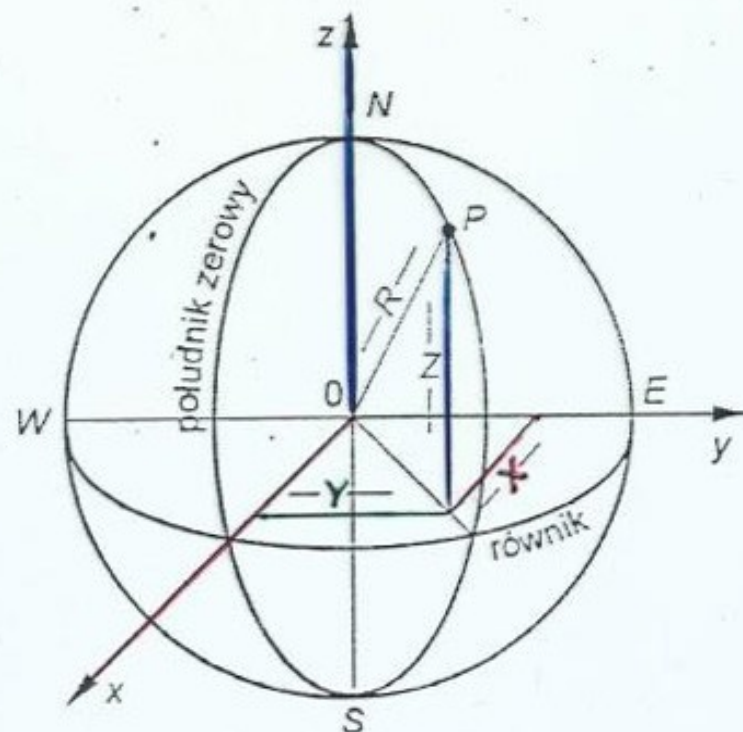


# KULA - układy odniesienia

a)



b)



Rys. 1.7. Układy współrzędnych na kuli: a) współrzędne geograficzne ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ) punktu  $P$  na kuli, b) współrzędne prostokątne ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) punktu  $P$  na kuli

Współrzędne te spełniają warunek

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = R^2.$$

$$\begin{aligned} X &= R \cos \varphi \cos \lambda \\ Y &= R \cos \varphi \sin \lambda \\ Z &= R \sin \varphi \end{aligned}$$

Znając współrzędne prostokątne  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  punktu leżącego na kuli, można obliczyć jego współrzędne geograficzne  $\varphi$ ,  $\lambda$  wg wzorów

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{Y}{X},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}.$$

## Układy współrzędnych na kuli

**Współrzędne geograficzne** to dwie wielkości kątowe:

**$\varphi$  -szerokość geograficzna**, jest to kąt jaki tworzy kierunek pionu przechodzący przez punkt P z płaszczyzną równika (zakres:  $0, +90^\circ$ . szerokość północna,  $0, -90^\circ$ . szerokość południowa)

**$\lambda$  -długość geograficzna**, jest to kąt dwuścienny zawarty między płaszczyzną południka „0” a płaszczyzną południka przechodzącego przez punkt P (zakres:  $0 \pm 180^\circ$ , +długość wschodnia, -długość zachodnia)

**Układ współrzędnych prostokątnych geocentrycznych XYZ na kuli** zdefiniowano następująco:

- początek układu 0 pokrywa się ze środkiem kuli; - Oś **Z** pokrywa się z osią obrotu kuli; - Oś **X** to przecięcie płaszczyzny równika z płaszczyzną południka początkowego „0”; - Oś **Y** tworzy z pozostałymi osiami układ prostokątny, prawoskrętny. Położenie punktu na powierzchni kuli określają **3 współrzędne liniowe P (X,Y,Z)**

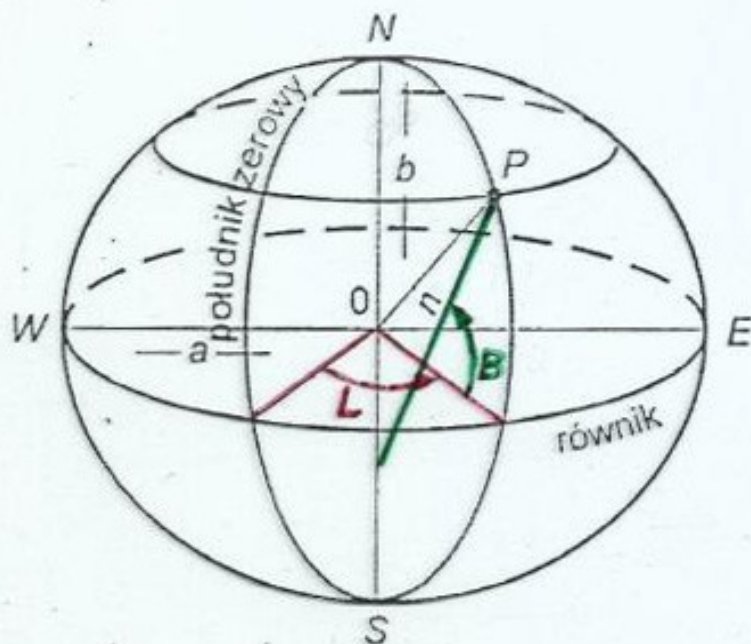
**Zależności** między współrzędnymi ww. układów:

$$X = R \cos\varphi \cos\lambda \quad Y = R \cos\varphi \sin\lambda \quad Z = R \sin\varphi$$

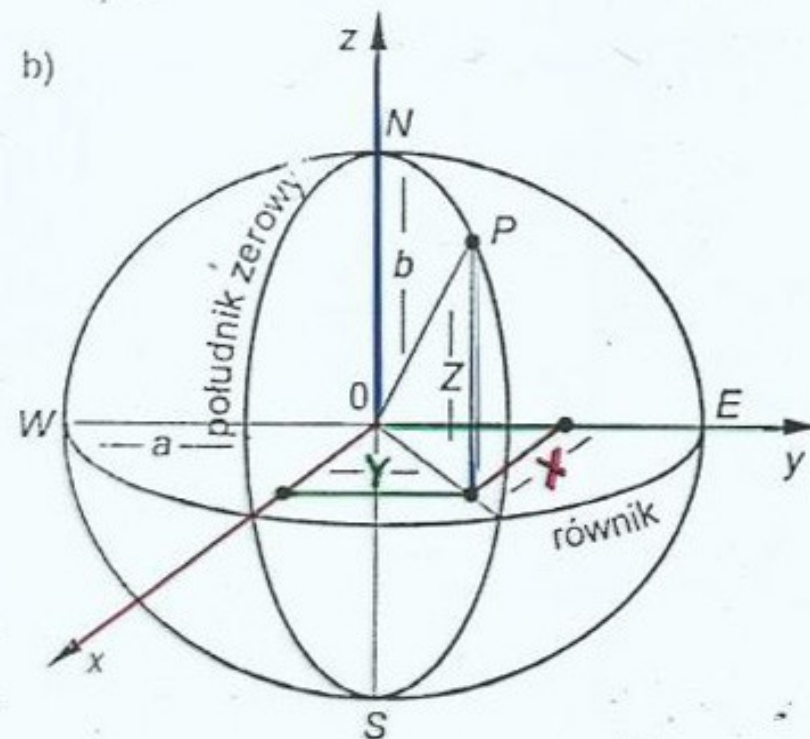
## Układy współrzędnych na elipsoidzie

### ELIPSOIDA

a)



b)



Rys. 1.8. Układ współrzędnych na elipsoidzie: a) układ współrzędnych geodezyjnych, b) układ współrzędnych prostokątnych

Współrzędne każdego punktu leżącego na powierzchni tej elipsoidy spełniają następujące równanie:

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1,$$

gdzie:  $a$  i  $b$  są półosiami elipsoidy obrotowej.

**WGS-84**

(World Geodetic System).

elipsoida **GRS-80** **ITRS**

# Współrzędne zdefiniowane na elipsoidzie

**Współrzędne geodezyjne** to dwie wielkości kątowe:

- **B -szerokość geodezyjna**, jest to kąt jaki normalna do powierzchni elipsoidy, przechodząca przez punkt P z płaszczyzną równika (zakres:  $0, +90^\circ$ . szerokość północna,  $0, -90^\circ$ . szerokość południowa)
- **L -długość geodezyjna**, jest to kąt dwuścienny zawarty między płaszczyzną południka „0” a płaszczyzną południka przechodzącego przez punkt P (zakres:  $0 \pm 180^\circ$ , +długość wschodnia, -długość zachodnia)

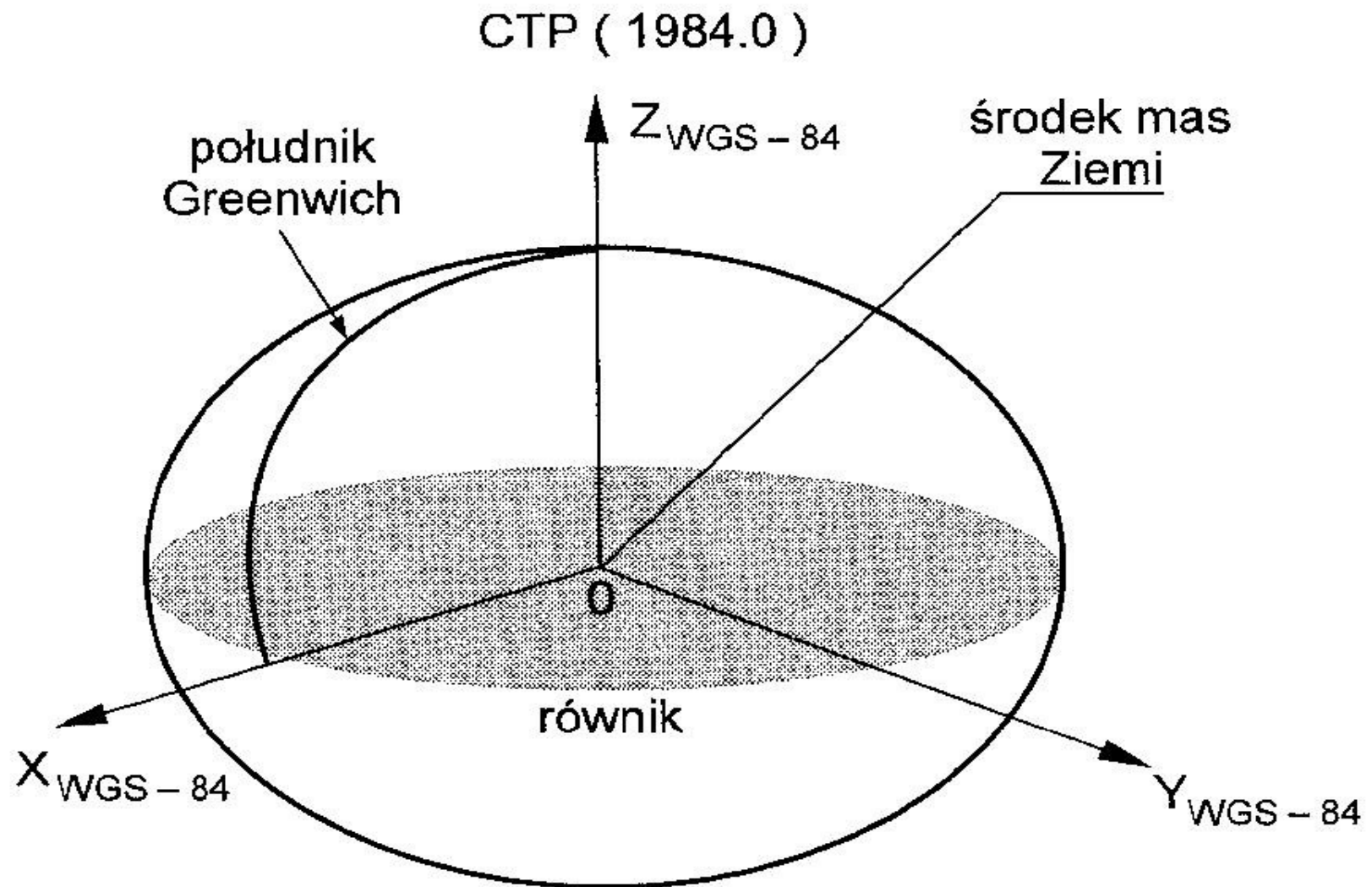
**Układ współrzędnych prostokątnych geocentrycznych XYZ na elipsoidzie** zdefiniowano następująco:

- początek układu 0 pokrywa się ze środkiem elipsoidy;
- Oś Z pokrywa się z osią obrotu elipsoidy;
- Oś X to przecięcie płaszczyzny równika z płaszczyzną południka początkowego „0”;
- Oś Y tworzy z pozostałymi osiami układ prostokątny, prawoskrętny

Równanie elipsoidy:

$$\left(\frac{X}{a}\right)^2 + \left(\frac{Y}{a}\right)^2 + \left(\frac{Z}{b}\right)^2 = 1$$

**WGS-84** to jednolity, globalny, geocentryczny układ współrzędnych geodezyjnych z początkiem układu w środku Ziemi.



# Rodzaje odwzorowań kartograficznych

Odwzorowanie kartograficzne to przeniesienie punktu z powierzchni odniesienia (np. elipsoidy) na płaszczyznę mapy za pomocą transformacji matematycznej poprzez przeliczenie współrzędnych geograficznych punktów na współrzędne prostokątne płaskie (kartograficzne)

.Istnieje ponad **400 odwzorowań**, (stosuje się ok.27 ) Ich klasyfikacja zależy od: a)rodzaju powierzchni odwzorowania (**walcowe, stożkowe, azymutalne i umowne**); b)spособu ułożenia powierzchni względem elipsoidy, kuli (położenie **normalne, poprzeczne** lub **ukośne**); c)innych właściwości odwzorowań.

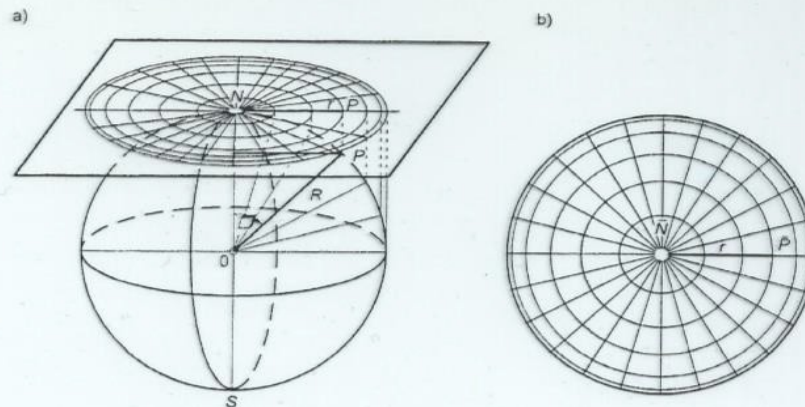
**Wybór odwzorowania podporządkowany jest przeznaczeniu mapy. Każde z odwzorowań powoduje zniekształcenie dwóch spośród trzech elementów: powierzchni, odległości lub kątów.**

Stąd ich podział na:

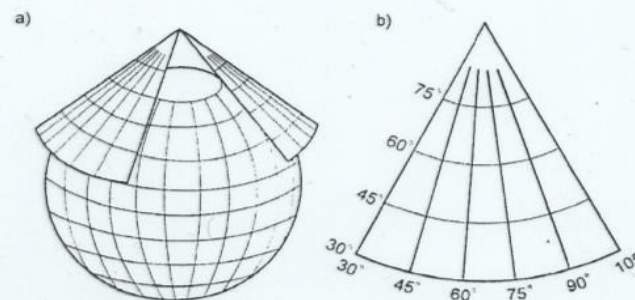
**konforemne** - zapewniają wierność kątów (stosuje się do opracowań map topograficznych), **wiernopolowe** - zapewniają wierność powierzchni (zastosowanie do map przeglądowych);**równoodległościowe** - zapewniają wierność odległości (zastosowanie do map przeglądowych).

Podział odwzorowań  
ze względu na powierz-  
chnię odwzorowania:

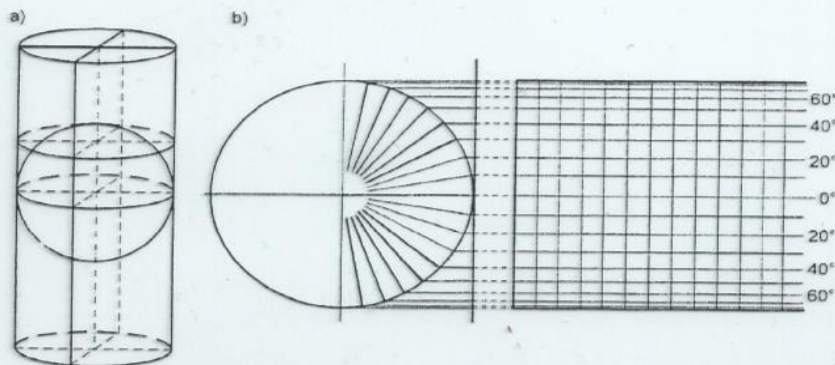
- płaszczyznę
- stożek
- walec



Rys. 1.14. Odwzorowanie powierzchni kuli na płaszczyznę: a) zasada odwzorowania, b) obraz siatki geograficznej na płaszczyźnie

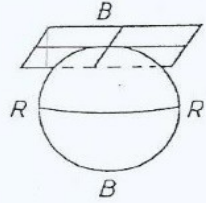
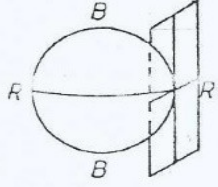
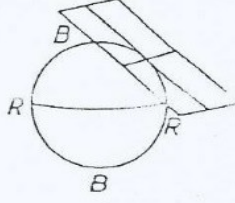
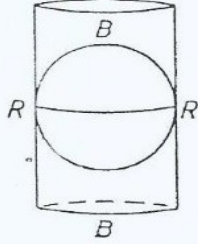
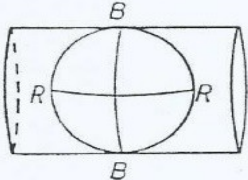
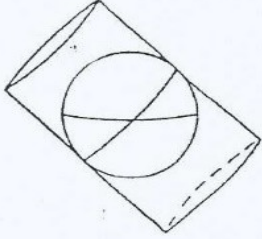
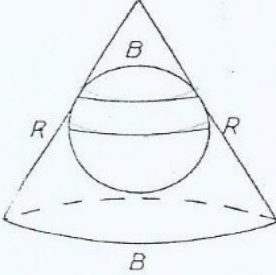
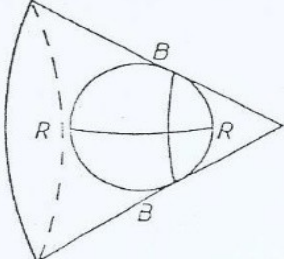
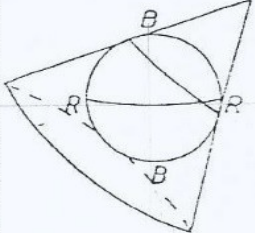


Rys. 1.15. Odwzorowanie powierzchni kuli na pobocznice stożka: a) powierzchnia stożkowa styczna do kuli, b) powierzchnia stożkowa po rozwinięciu na płaszczyznę



Rys. 1.16. Odwzorowanie powierzchni kuli na pobocznice walca: a) powierzchnia walcowa styczna do kuli, b) powierzchnia walcowa po rozwinięciu na płaszczyznę

ODWZOROWANIA KARTOGRAFICZNE

	Normalne (biegunowe)	Poprzeczne (równikowe)	Ukośne (horyzontalne)
Azymutalne (płaszczyznowe)			
Walcowe			
Sfożkowe			



# Ogólne zasady odwzorowania kartograficznego

Zastosowanie odwzorowania kartograficznego sprowadza się do:

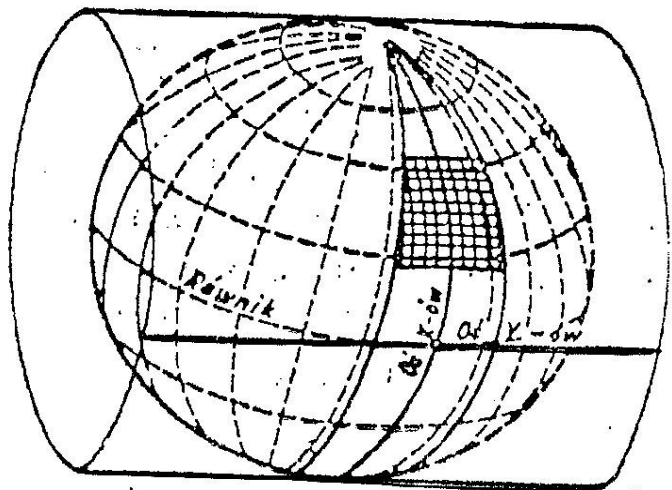
- utworzenia obrazu siatki geograficznej (południków i równoleżników) na płaszczyźnie mapy, czyli tzw. siatki kartograficznej na którą wnosi się treść mapy,
- przeliczenie współrzędnych geograficznych punktów siatki na współrzędne prostokątne płaskie (kartograficzne)

Po przeliczeniach powstaje **układ geodezyjny współrzędnych prostokątnych płaskich w danym odwzorowaniu**. W układzie tym przelicza się pozostałe punkty geodezyjne będące treścią mapy.

W Polsce najczęściej stosuje się **odwzorowanie Gaussa-Kruger** (równokątne, walcowe, poprzeczne)

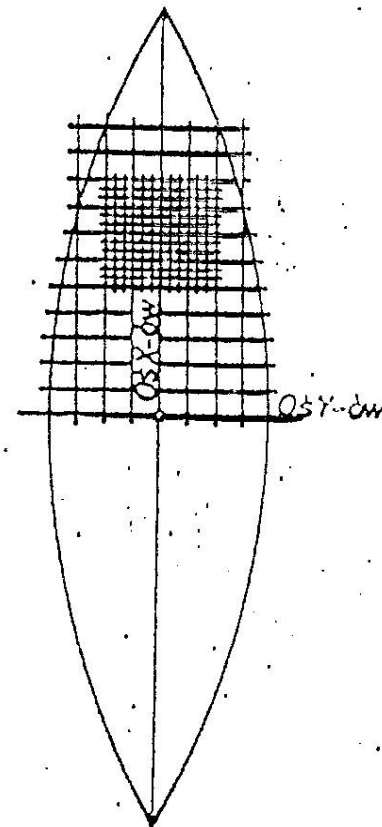
# Zasada odwzorowania Gaussa-Kruggera (wiernokątne, walcowe, poprzeczne) stosowane dla map wielkoskalowych

2. Kula jako powierzchnia odniesienia  
od 50 km<sup>2</sup> do 15 000 km<sup>2</sup>. średni promień  
kuli  $R = 6370$  km.



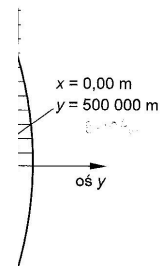
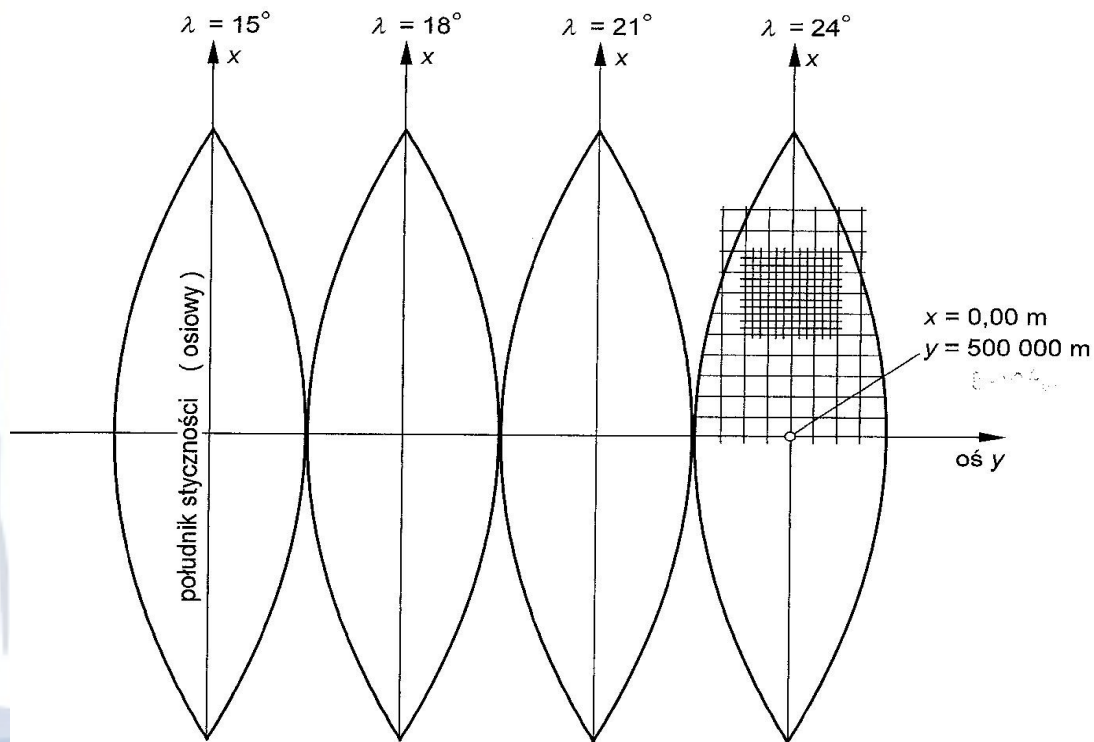
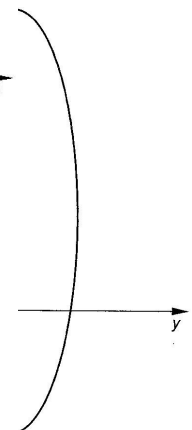
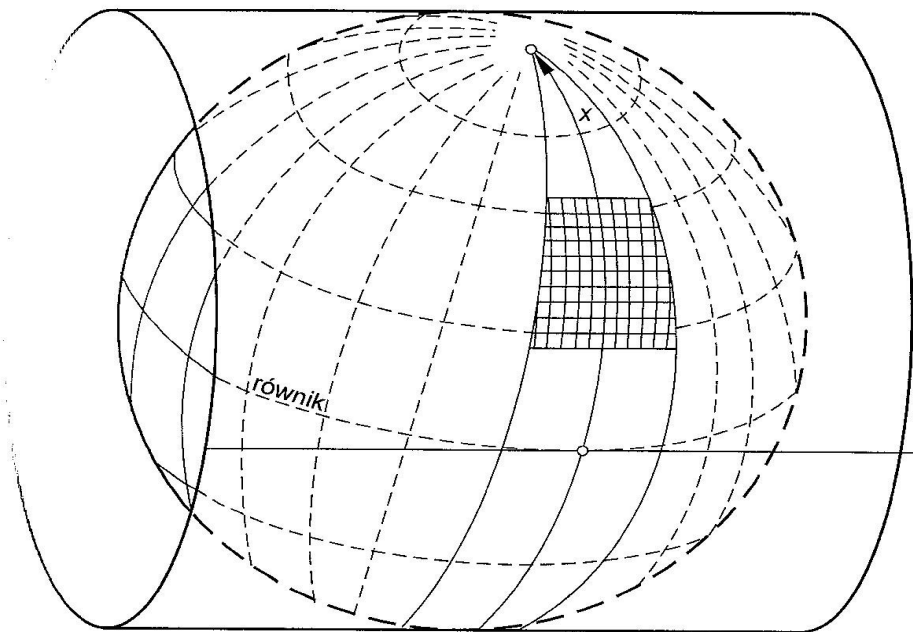
W Polsce stosuje się dla map  
w skalach dużych i średnich wier-  
nokątne odwzorowanie walcowe po-  
przeczne Gaussa-Krügera dla pa-  
sów trzystopniowych i pasów sze-  
ściostopniowych.

siatką kartograficzną dla  
jednego z pasów trzystopniowych.



- równik stanowi wspólną dla wszystkich  
pasów oś Y-ków,  
- południk osiowy stanowi oś X-ów

# Zasady odwzorowania Gaussa-Krugerera z podziałem na pasy południkowe dla obszaru Pols



# Odwzorowania stosowane w Polsce

Spośród wielu rodzajów odwzorowań w Polsce stosuje się:

- 1)odwzorowanie **Merkatora** (normalne, równokątne, walcowe), stosowane w mapach do nawigacji,
- 2)odwzorowanie **Gaussa-Krugera** (walcowe, poprzeczne, równokątne), stosowane w konstrukcji map wielkoskalowych,
- 3)odwzorowanie **Mollweidego** (równopolowe),
- 4)odwzorowanie **Eckerta** (równoodległościowe).

Każde z nich daje nieco inny obraz powierzchni Ziemi.

Dokładność odwzorowania podniesiemy używając bardziej dopasowanej „lokalnej” elipsoidy (definiujemy punkt przyłożenia i początek układu) Wyróżniamy też **3 typy rzutowań** kartograficznych:

**1)środkowe      2)stereograficzne      3)ortograficzne**

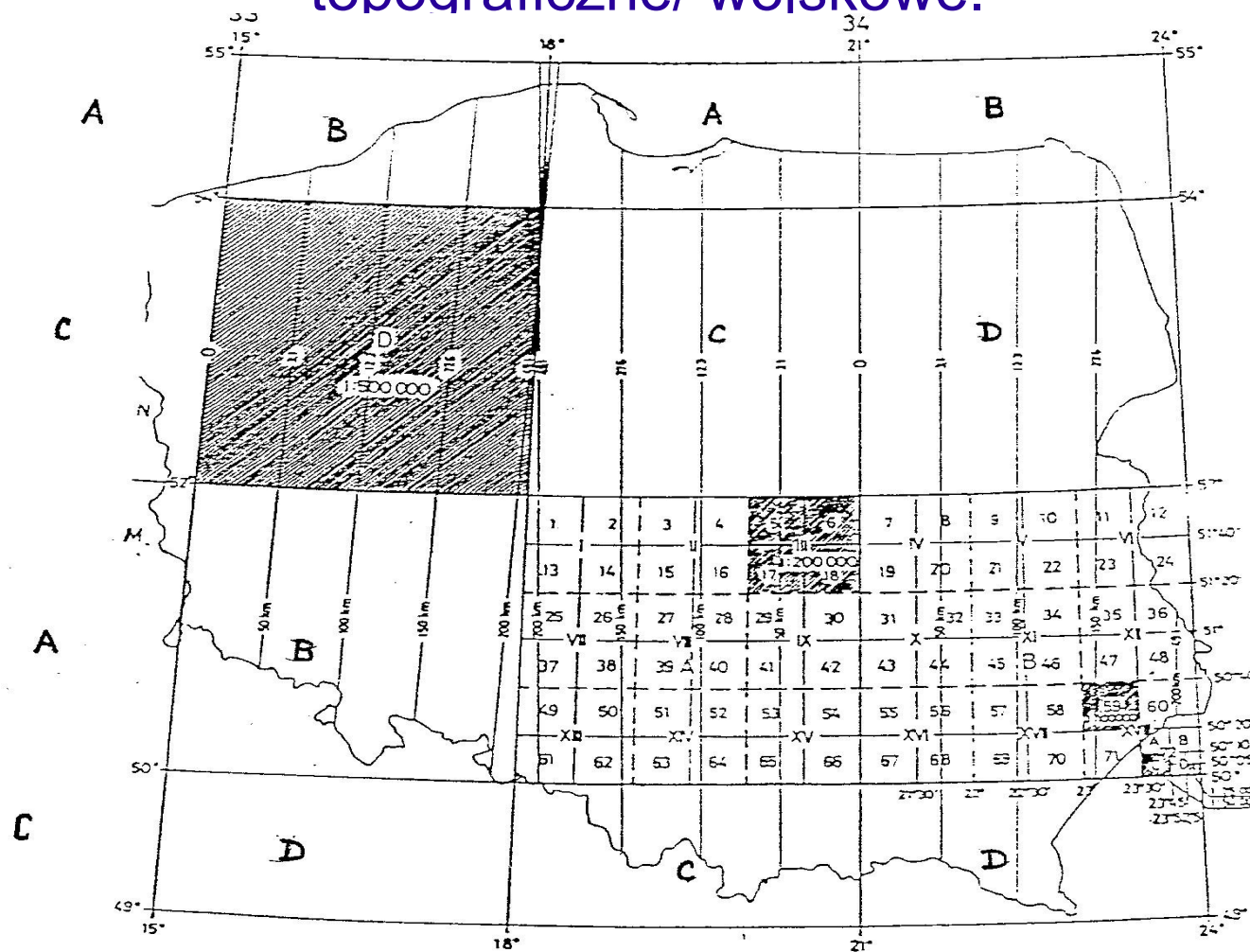
Rodzaj odwzorowania kartograficznego jest cechą każdej mapy a jego wynikiem jest też częściowe zniekształcenie elementów mapy (wielkości te można wyznaczyć znając rodzaj odwzorowania).

# Charakterystyka układów współrzędnych stosowanych na mapach

## UKŁADY WSPÓŁRZĘDNYCH

nazwa	O układzie	Kod EPSG
1942	Układ powstał w wyniku odwzorowania Gaussa-Kruggera na elipsoidzie Krasowskiego, obejmował dwa podsystemy, mapy w tym układzie mają siatkę kartograficzną i kilometrową. Były to mapy wojskowe, a na ich podstawie powstały mapy turystyczne. Są one łatwo dostępne w Internecie.	3329, 3330, 3331 ,3332
1965	Kraj podzielono na <b>pięć stref</b> ( w celu utajnienia inf.) a w każdej mapa miała inne parametry. W czterech zastosowano odwzorowanie wiernokątne, płaskie, a w piątej odwzorowanie G-K. Strefy te nawet między sobą nie były dopasowane , jest to układ trudny w użyciu ale nadal są to najdokładniejsze dostępne mapy niektórych rejonów Polski.	3120 2172 2173 2174 2175

Charakterystyka układu współrzędnych „1942”-zbudowany na elipsoidzie lokalnej Krassowskiego, za pomocą odwzorowania Gaussa-Krugi, pasy 3st.(ok.200km) jak w układzie „2000”,mapy topograficzne/ wojskowe.



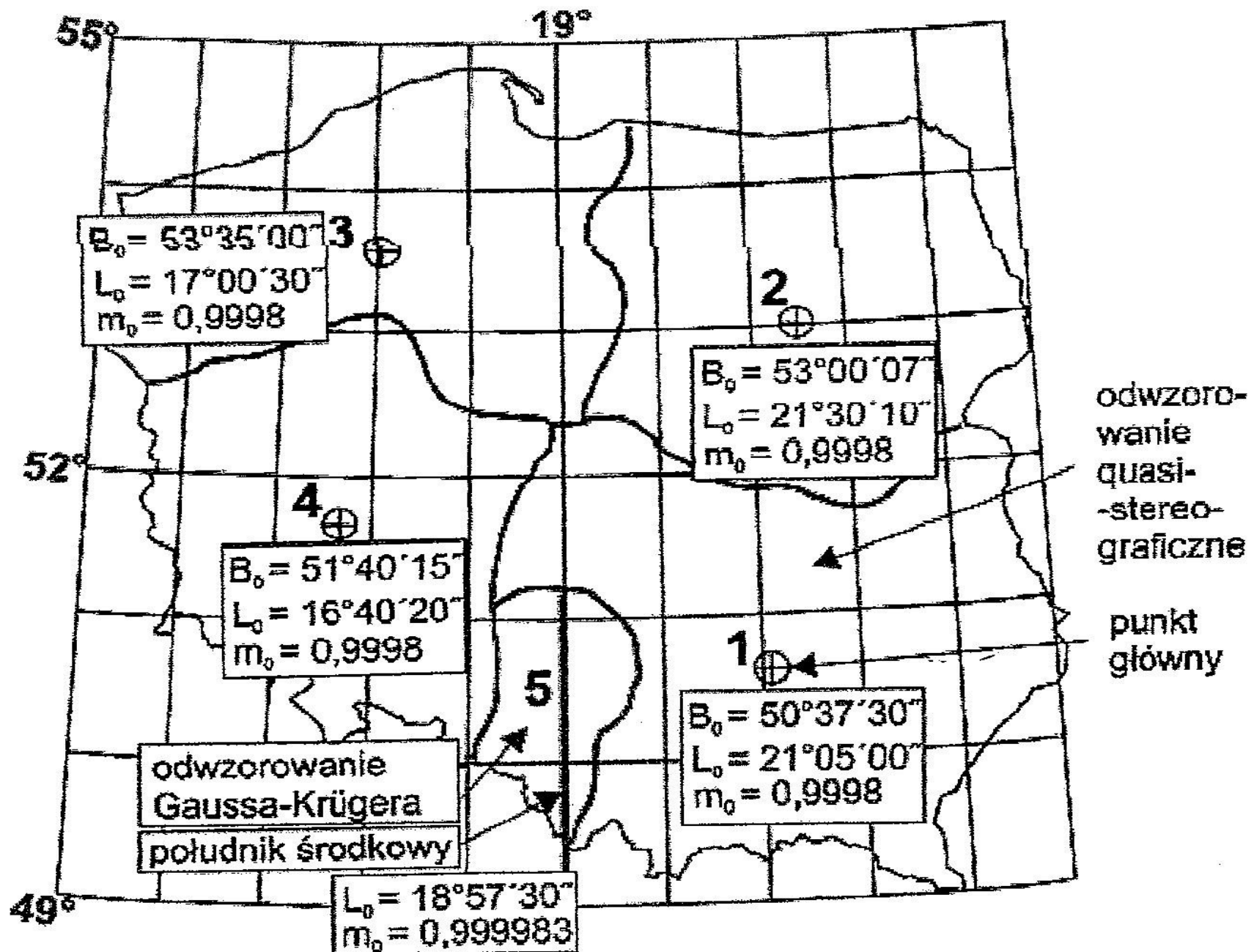
Ryc. 16. Zniekształcenia odwzorawcze, podział sekcyjny i gęstość map topograficznych w układzie „1942”

Objaśnienia

- 0 ——— południe osłowy pasa 6-stopniowego /linia zniekształcenia zerowego/
- 17,3 ——— linie równych zniekształceń /wartość podana w cm/1km/

Skala	Przynajd. podca	Poziomosc
1:500 000	N-33-D	27
1:200 000	K-34-A-B	40
1:100 000	L-34-59	20
1:50 000	E-34-72-C	10
1:25 000	K-34-72-D	5

# Charakterystyka układu współrzędnych „1965”



GUGIK 80	Jest to jednostrefowe odwzorowanie quasi-stereograficzne. Stąd układ współrzędnych jest jednolity dla całego kraju. Siatkę kartograficzną stanowią w nim <b>południki i równoleżniki</b> . Można go spotkać na mapie Polski w skali 1: 100 000.	3328
PUWG 1992	Nowy system odwzorowawczy elipsoidy GRS-80, układ jednostrefowy w odwzorowaniu G-K. Większość współczesnych map Polski (mimo znacznych zniekształceń) wykorzystuje ten układ . Obowiązuje on w Polsce dla opracowań w małych skalach (od 1: 10 000). Przypomina układ 2000.	2180
UTM	Wykorzystuje odwzorowanie poprzeczne Mercatora stosowane do celów nawigacyjnych i wojskowych. Układ jest popularny w strefie NATO, zwłaszcza w Stanach Zjednoczonych	32633, 32634, 32635
2000	Wykorzystuje „ <u>odwzorowanie Gaussa-Kruger</u> elipsoidy WGS-84 (nawiązuje do”1942”) w czterech trzystopniowych strefach południkowych”. Układ w siatce kilometrowej. Obowiązuje w Polsce dla <b>map wielkoskalowych, na przykład w skali 1:500</b>	2176, 2177, 2178, 2179
WGS 84	Układ, który został rozpowszechniony wraz z rozwojem nawigacji satelitarnej, zwanej w skrócie <b>GPS</b> . Większość nowo wydanych map jest zgodna z tym układem.	4326

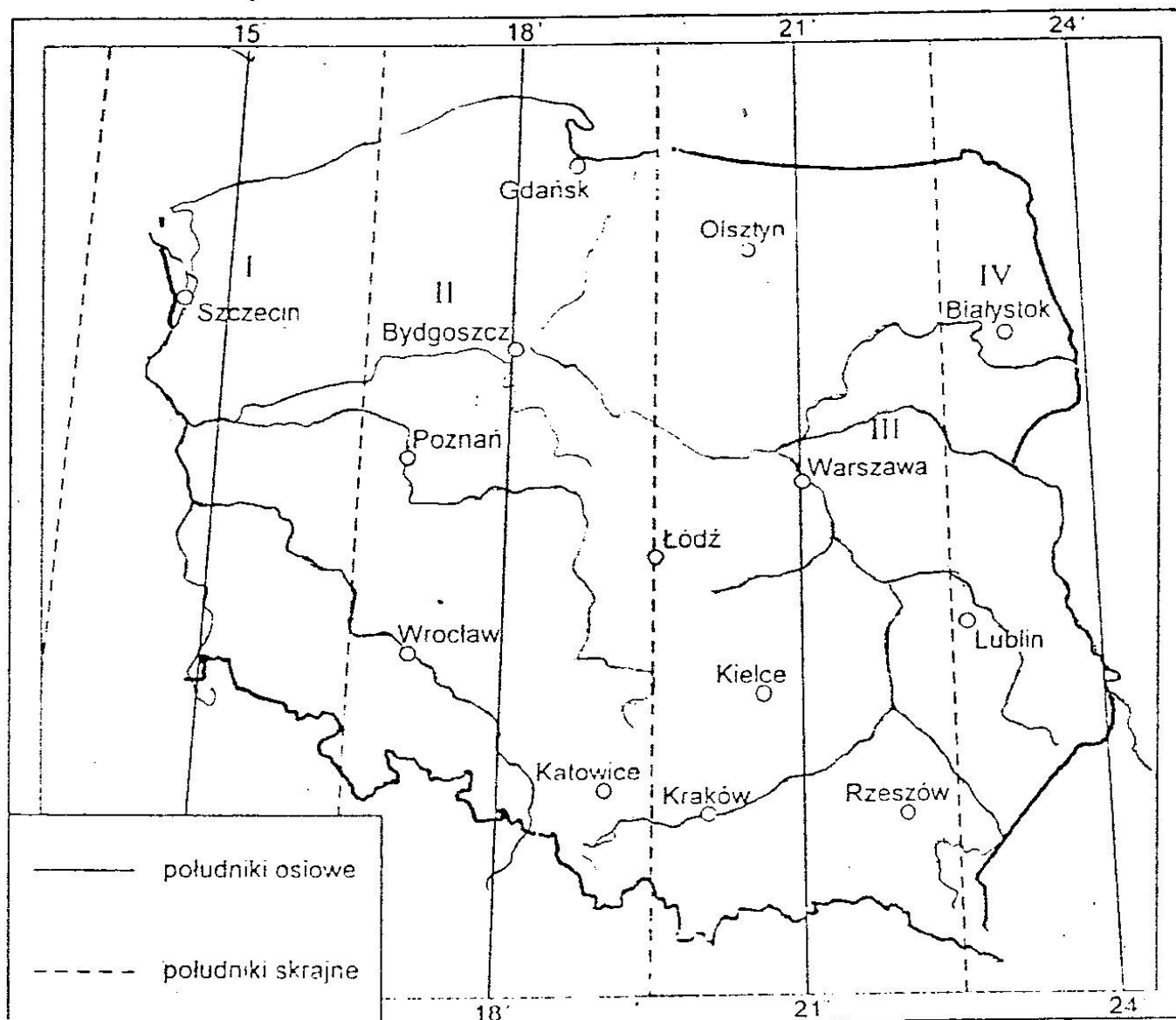


## Stosowane w Polsce układy współrzędnych na mapie

**Układ „1992”** obowiązujący dla map topograficznych, wykorzystuje odwzorowanie Gaussa – Krügera oraz elipsoidę GRS80, jednostrefowy, z południkiem osiowym  $19^{\circ}\text{E}$ . Zniekształcenie odległości do  $90\text{cm/km}$  na skrajnych obszarach układu;

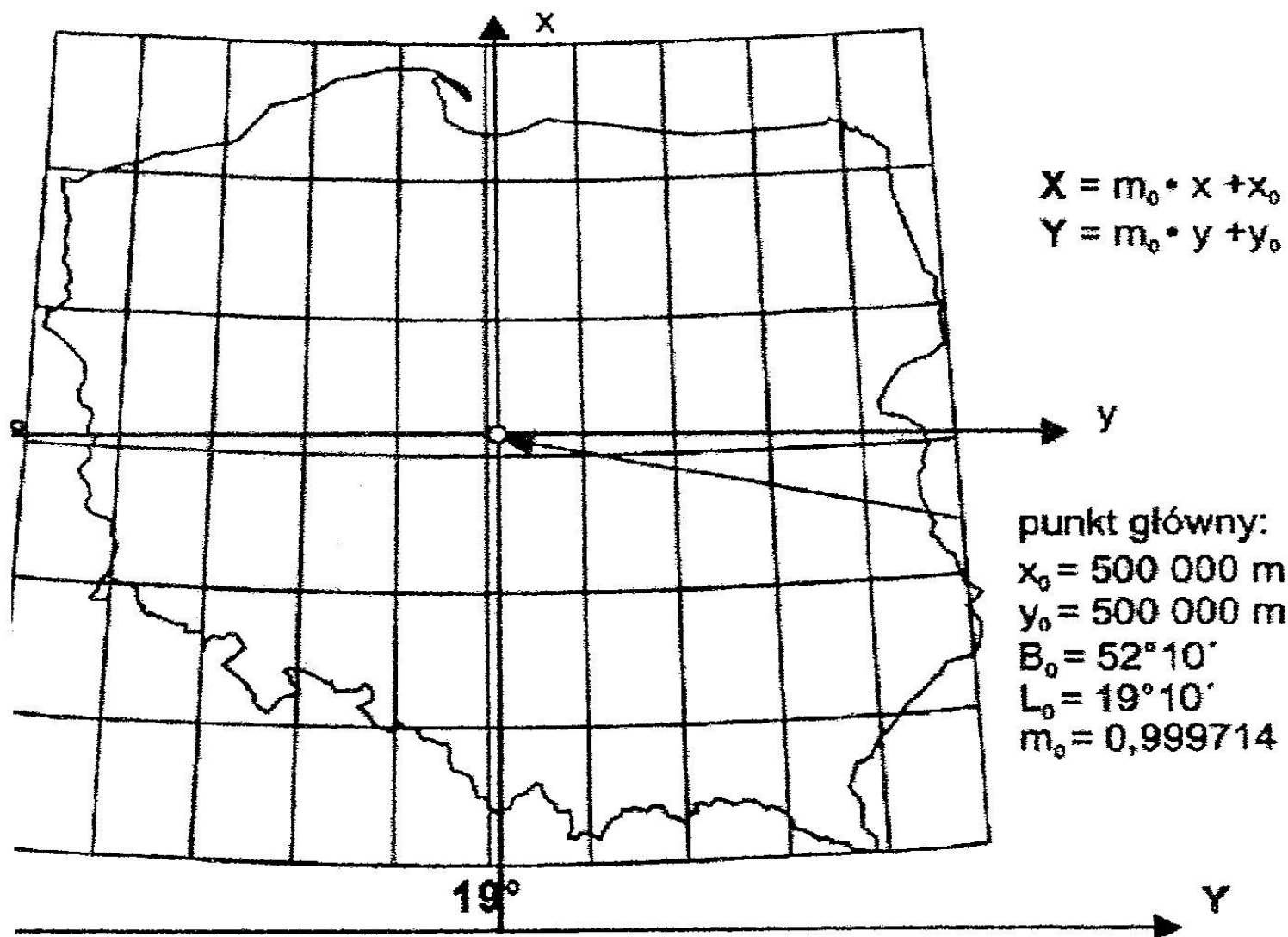
**Układ „2000”** obowiązujący dla map wielkoskalowych ( $1:5000$  i większe), wykorzystuje odwzorowanie Gaussa – Krügera oraz elipsoidę GRS80, czterostrefowy, szerokość pasa dla każdej ze stref  $3^{\circ}$ , południki osiowe  $15^{\circ}\text{E}$ ,  $18^{\circ}\text{E}$ ,  $21^{\circ}\text{E}$  i  $24^{\circ}\text{E}$ . Zniekształcenia na południku osiowym wynoszą  $-7,7\text{ cm/km}$  zaś na styku stref  $+7\text{ cm/km}$ . Zastąpił stary układ „65”.

# Charakterystyka układu współrzędnych „2000”o



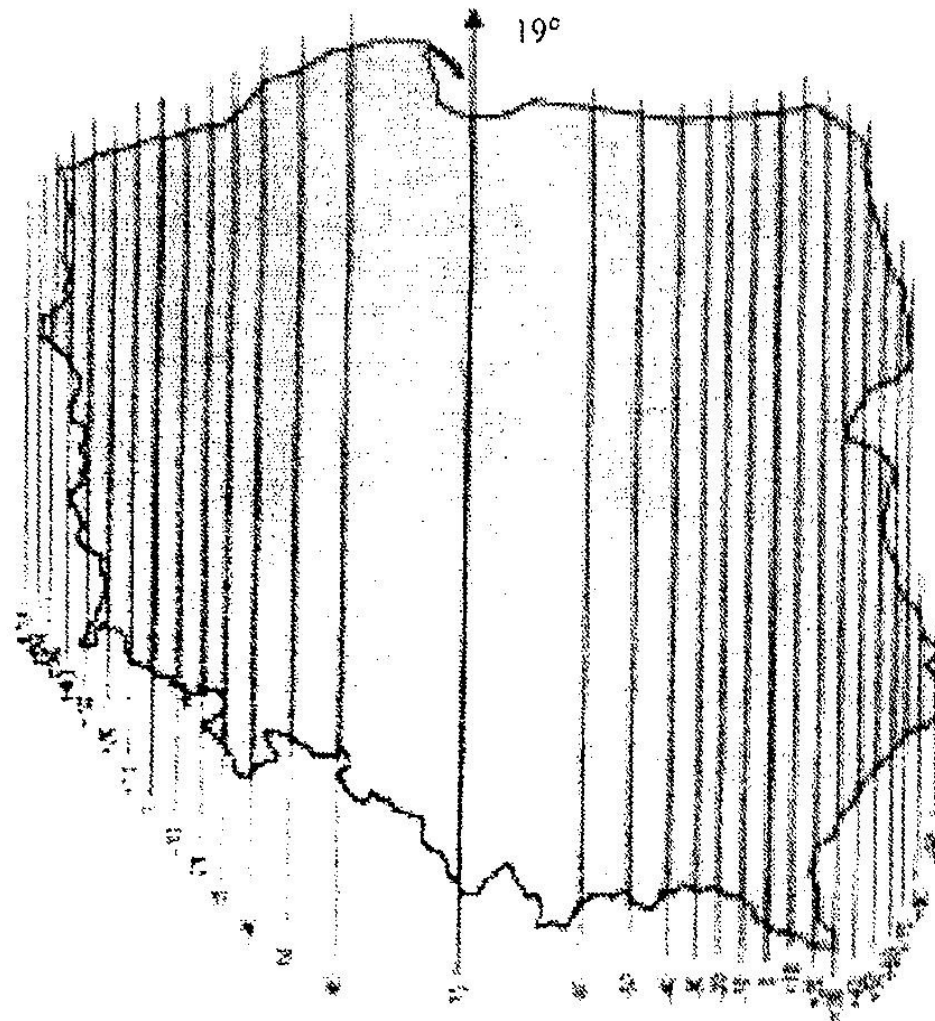
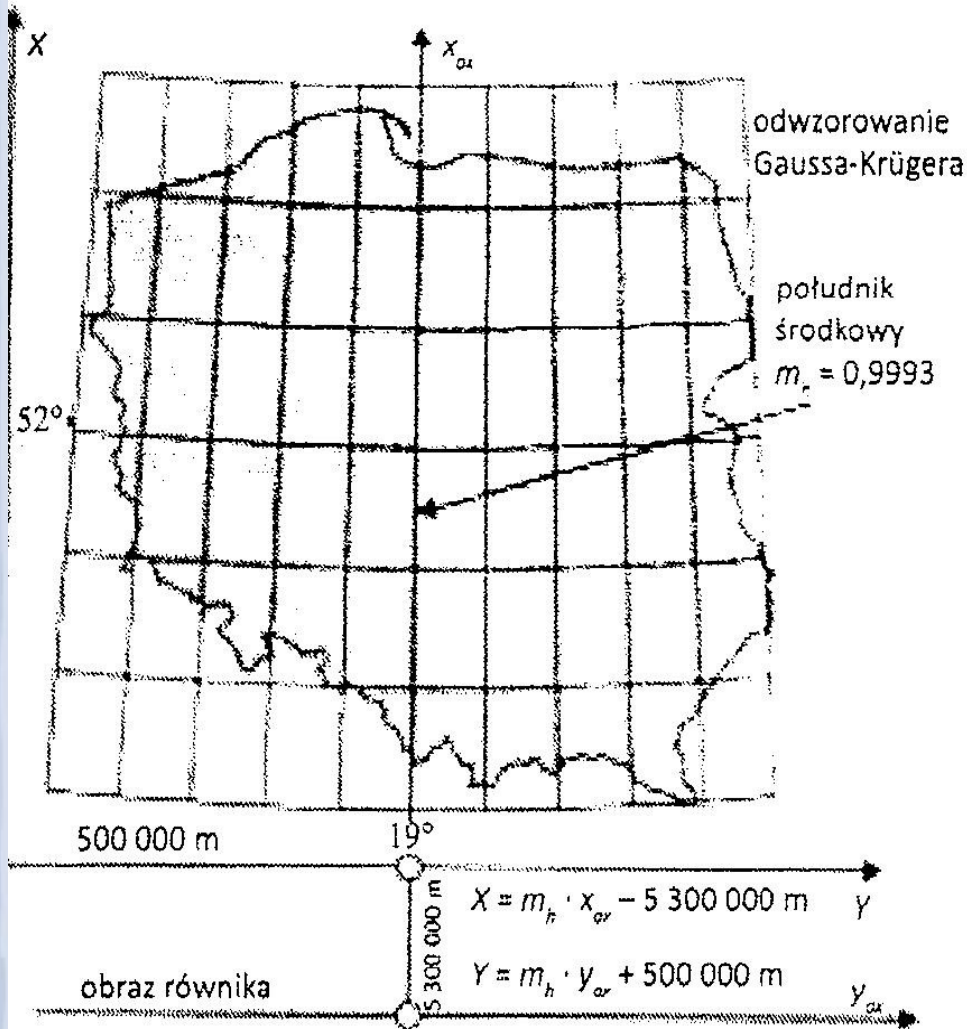
- układ I szczeciński — południk osiowy  $\lambda = 15^\circ$ ,
- układ II bydgoski — południk osiowy  $\lambda = 18^\circ$ ,
- układ III warszawski — południk osiowy  $\lambda = 21^\circ$ ,
- układ IV białostocki — południk osiowy  $\lambda = 24^\circ$ .

**Układ współrzędnych GUGiK-80** Zastosowano elipsoidę Krasowskiego (w systemie Pułkowo-42), jednostrefowe odwzorowanie quasi-stereograficzne obszaru Polski, współrzędne punktu głównego odwzorowania **B=52st.10min.,L=19st.10min.** Zastosowanie dla map przeglądowych w skalach > 1:100 000



# Charakterystyka układu współrzędnych „1992”

## Odwzorowanie jednostrefowe, zniekształcenia liniowe



## **Charakterystyka układu współrzędnych „UTM”**

**Układ Merkatora** jest powszechnie stosowany na świecie od lat 40-tych. Jest nadal używany a upowszechnia go system GPS.

Odwzorowanie jest podobne do układu „2000” ale pasy mają szer.6st., inna jest też skala odwzorowania,  $m=0,9996$ . Dwie strefy: 33U pomiędzy(12-18st.E) oraz 34U(18-24st.E) Początek układu (obraz przecięcia południka z równikiem) ma współrzędne:  $x=0$ ,  $y=500\ 000m$

**Kody EPSG pozwalają precyzyjnie identyfikować Układy po numerze a nie tylko nazwie.**

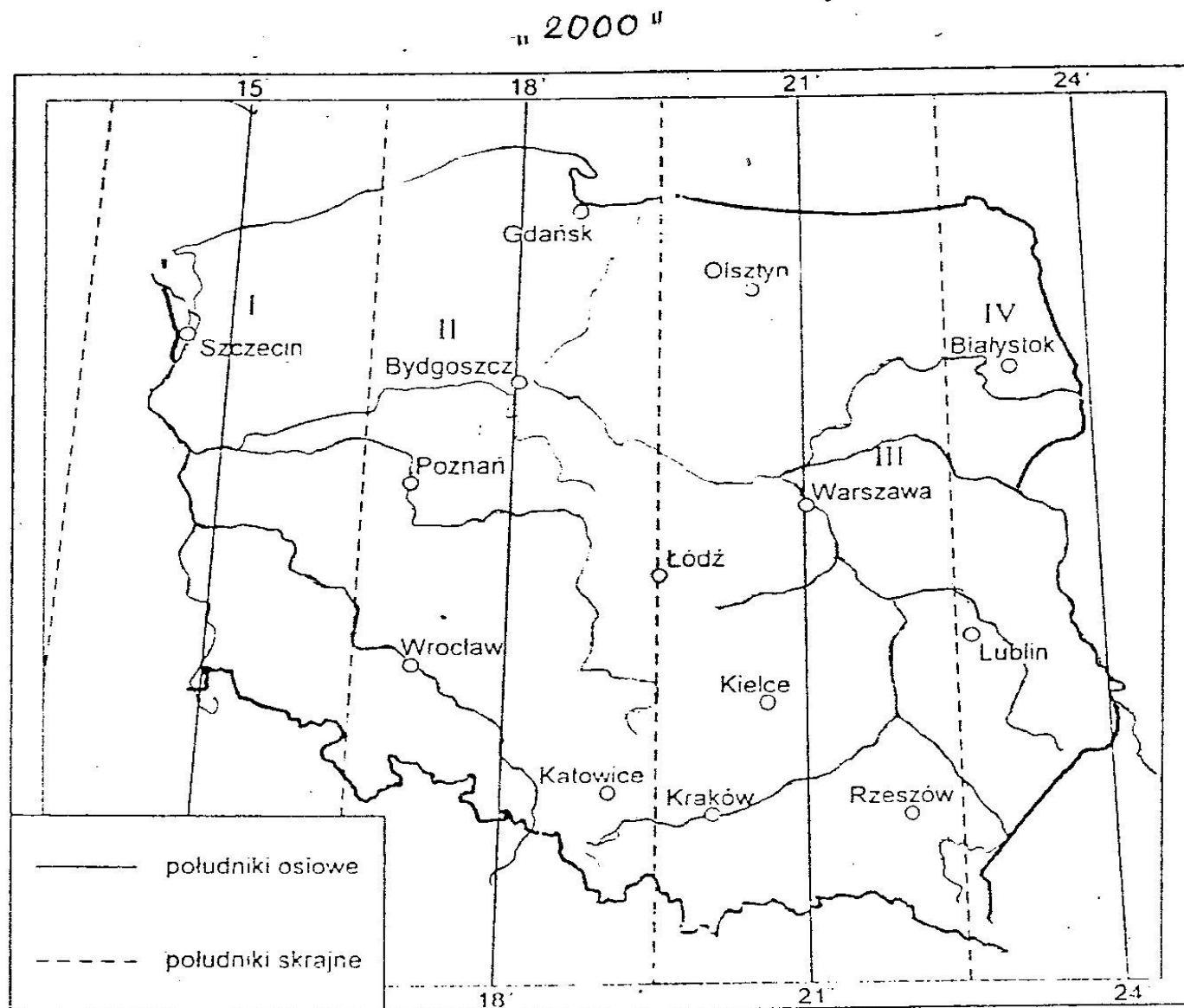
Pracując na mapie w komputerze musimy mieć określone parametry jej układu współrzędnych.

Współrzędne kątowe (geograficzne) wymagają przy pracy w komputerze zapisu dziesiętnego.

## Układ współrzędnych „2000”:

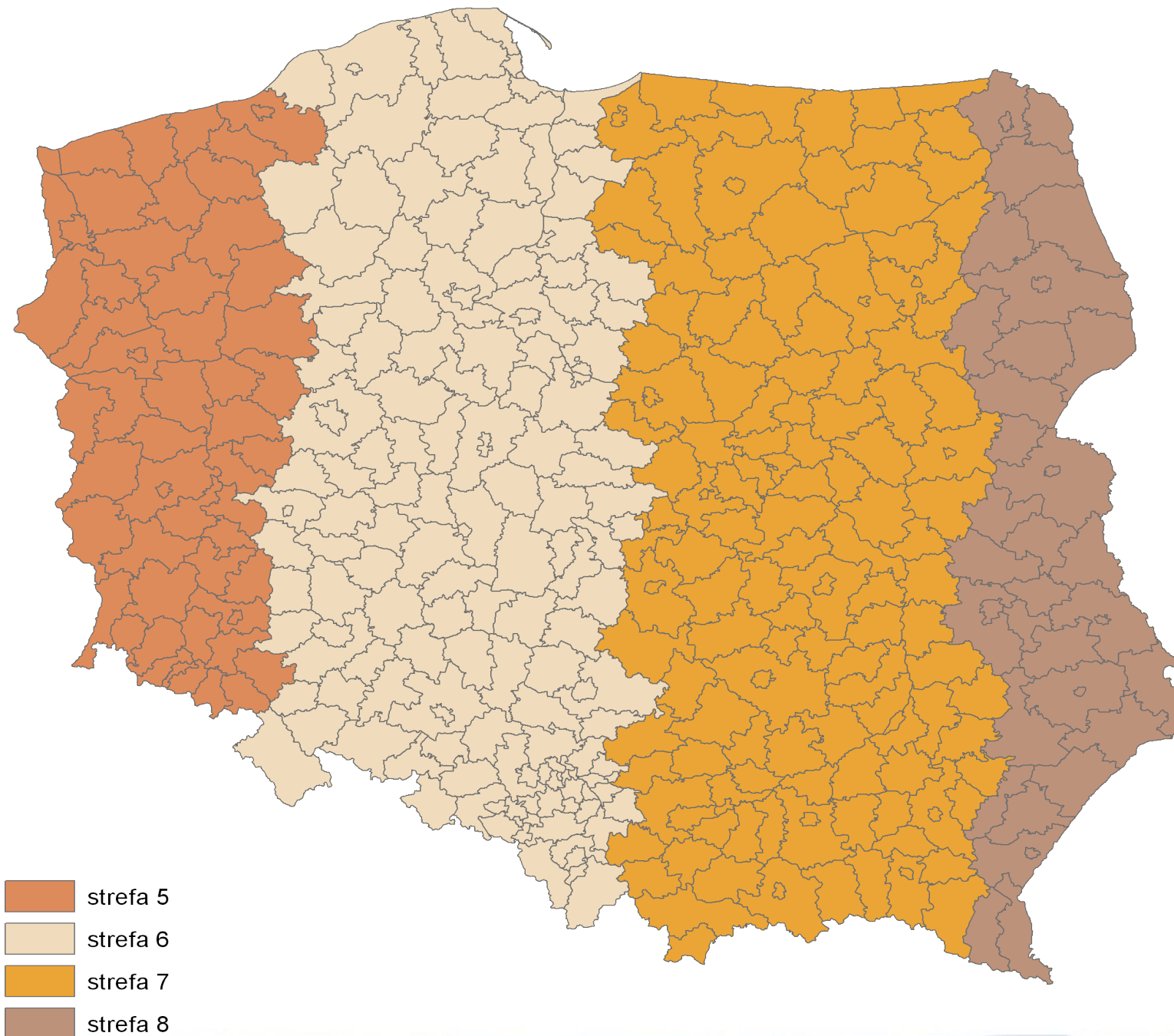
- elipsoida odniesienia: GRS-80, (WGS-84), *(głębokość geocentryczna)*
- zastosowano czterostrefowe odwzorowanie kartograficzne Gaussa-Kraka,
- pasy południkowe o szerokości  $3^\circ$  długości geograficznej i o południach osiowych:  $15^\circ$ ,  $18^\circ$ ,  $21^\circ$ ,  $24^\circ$  długości geograficznej wschodniej (połowane odpowiednio numerami: 5, 6, 7, 8),
- współczynnik zmiany skali w południkach osiowych równa się 0,99 (zniekształcenia liniowe od  $-7,7$  cm/km na południku środkowym do maksymalnie  $+7$  cm/km na brzegu strefy),
- obraz równika to oś  $y$ , natomiast obrazy poszczególnych południków wych to linie o współrzędnych:
  - $y = 5\,500\,000$  m przy południku  $L_0 = 15^\circ$ ,
  - $y = 6\,500\,000$  m przy południku  $L_0 = 18^\circ$ ,
  - $y = 7\,500\,000$  m przy południku  $L_0 = 21^\circ$ ,
  - $y = 8\,500\,000$  m przy południku  $L_0 = 24^\circ$ , przy czym pierwsza cyfra tego punktu jest numerem strefy, w której leży punkt, a jej pomnożenie przez 3 daje długość geograficzną południka osiowego tego pasa (wynik w stopniach),
- zastosowanie: dla mapy zasadniczej, map gospodarczych wielkoskalowych.

# Charakterystyka układu współrzędnych „2000”



- układ I szczeciński — południk osiowy  $\lambda = 15^\circ$ .
- układ II bydgoski — południk osiowy  $\lambda = 18^\circ$ .
- układ III warszawski — południk osiowy  $\lambda = 21^\circ$ .
- układ IV białostocki — południk osiowy  $\lambda = 24^\circ$ .

# Mapa przynależności powiatów do stref PUWG 2000





# Metody obliczenia powierzchni działki

## **Powierzchnię działki, w zależności od:**

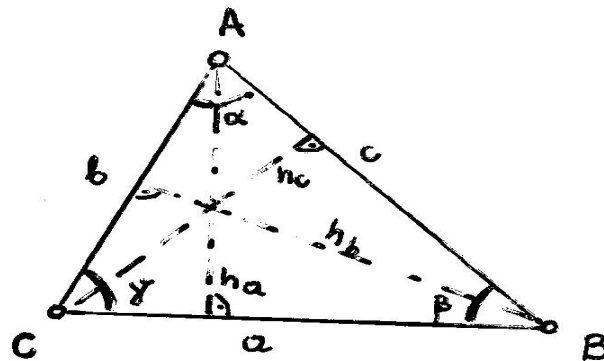
- posiadanych danych wyjściowych
- oczekiwanej dokładności

**możemy wyznaczyć metodami:**

- 1) **Analityczną** - powierzchnię obliczamy na podstawie danych uzyskanych bezpośrednio w terenie (długości i kąty) lub współrzędne, obliczone w oparciu o dane terenowe. Jest to metoda najdokładniejsza ale pracochłonna.
- 2) **Graficzna** – do obliczeń wykorzystujemy wzory analogiczne jak w metodzie analitycznej ale dane pozyskujemy graficznie z mapy. Jest metodą mniej dokładną niż metoda analityczna.
- 3) **Mechaniczna** – powierzchnię mierzymy bezpośrednio na mapie, przy pomocy przyrządu zwanego planimetrem. Jej dokładność porównywalna jest z metodą graficzną i rośnie wraz z wielkością mierzonego pola.
- 4) **Kombinowana** – (analityczno-graficzna) część miar do obliczeń pola pochodzi z terenu a część z mapy. Jej dokładność jest pośrednią między 1) a 2) i zależy od dokładności pozyskania miar.

Ad.1) **Metodę analityczną** stosujemy, gdy działka jest prostą figurą geometryczną (trójkąt, czworobok) lub rozbudowanym wielobokiem, stosując odpowiednie **wzory**:

Trójkąt =



$$s = \frac{1}{2} (a + b + c)$$

$$P = \frac{1}{2} a h_a = \frac{1}{2} b h_b = \frac{1}{2} c h_c$$

$$P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \dots$$

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$P = \frac{a^2}{2} \frac{\sin \beta \sin \gamma}{\sin \alpha} = \dots$$

$$P = \frac{a^2}{2 (\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma)} = \dots$$

Kwadrat

$$P = a^2 = \frac{d^2}{2}$$

$a$  - bok

$d$  - przekątna

Prostokąt

$$P = a \cdot b$$

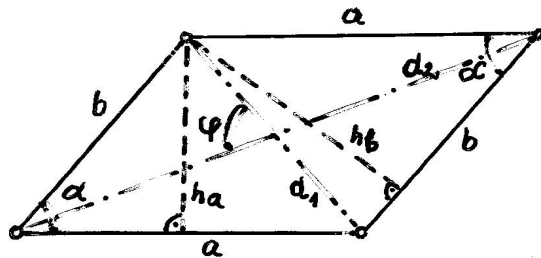
$$P = \frac{d^2 \sin \varphi}{2}$$

$a, b$  - boki

$d$  - przekątna

$\varphi$  - kąt między przekątnymi

Równoległobok



$$P = a h_a = b h_b$$

$$P = ab \sin \alpha$$

$$P = \frac{d_1 d_2 \sin \varphi}{2}$$

Trapez

$$P = \frac{1}{2} (a + b) \cdot h$$

$a, b$  - boki równoległe

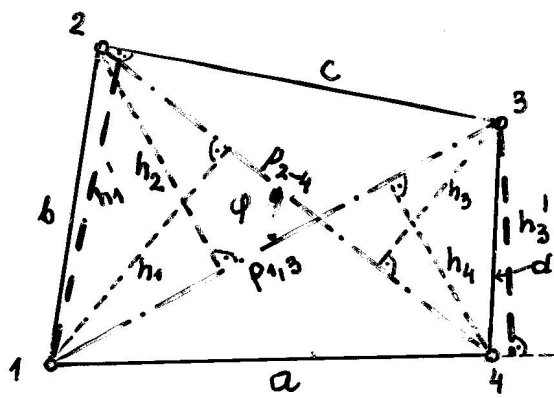
$h$  - wysokość trapezu

Wzory na obliczenie pola figur:

- kwadrat

- prostokąt

- równoległobok



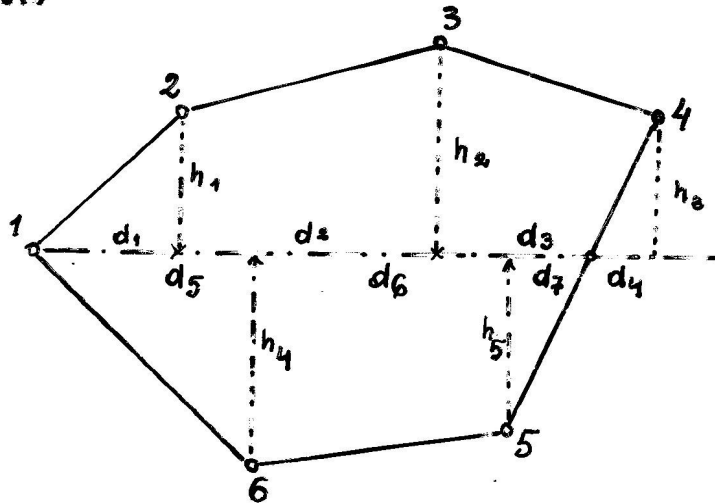
$$2P = p_{1,3} (h_2 + h_4) = p_{2,4} (h_1 + h_3)$$

$$2P = a h_3' + c h_1'$$

$$2P = p_{1,3} \cdot p_{2,4} \sin \varphi$$

Pole : a) czworoboku  
policzymy  
w oparciu o wielkości  
- liniowe (h,p)  
- liniowo-kątowe (p,φ)  
b) wieloboku  
w oparciu o domiar  
prostokątny (h,d)

Wielobok.



$$2P = (0 + h_1) d_1 + (h_1 + h_2) d_2 + (h_2 + h_3) (d_3 + d_4) - (0 + h_3) d_4 + (0 + h_4) d_5 + (h_4 + h_5) d_6 + (h_5 + 0) d_7$$

$$2P = \sum (h_{i-1} + h_i) d_i$$

Obliczenie pola dowolnego wieloboku w oparciu o współrzędne prostokątne (x,y) jego n wierzchołków (wzory Gussa-l'Huilliera).

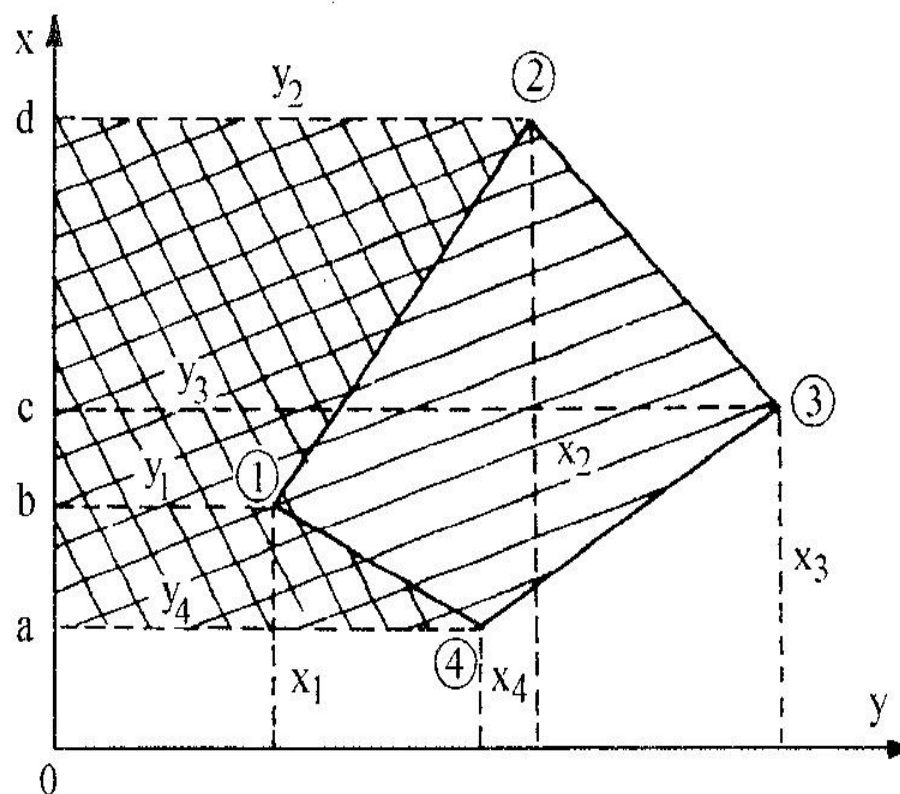
**Powierzchnię dowolnego wieloboku** można obliczyć mając dane współrzędne prostokątne wierzchołków na podstawie wzorów:

$$2P = \sum_{i=1}^n x_i (y_{i+1} - y_{i-1})$$

(5.75)

$$2P = \sum_{i=1}^n y_i (x_{i-1} - x_{i+1})$$

Na przykład powierzchnia wieloboku 1, 2, 3, 4 (rys. 5.51) będzie równała się sumie powierzchni trapezów  $c d 2 3$  i  $c 3 4 a$  zmniejszonej o sumę powierzchni trapezów  $b d 2 1$  i  $b 1 4 a$ .



**RYSUNEK 5.51.** Wyznaczanie powierzchni ze współrzędnych prostokątnych

Podwójna powierzchnia wieloboku o  $n$  wierzchołkach, to suma iloczynów kolejnych wartości  $x$  i różnic utworzonych z wartości  $y$  punktu następnego i poprzedniego lub sumie iloczynów kolejnych wartości  $y$  i różnic z wartości  $x$  punktu następnego i poprzedniego.

Możemy to zapisać następująco:

$$2P = (y_2 + y_3)(x_2 - x_3) + (y_3 + y_4)(x_3 - x_4) + (y_2 + y_1)(x_2 - x_1) + \\ - (y_1 + y_4)(x_1 - x_4)$$

$$2P = x_2y_2 - x_3y_2 + x_2y_3 - x_3y_3 + x_3y_3 - x_4y_3 + x_3y_4 - x_4y_4 - x_2y_2 + \\ + x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_1 - x_1y_1 + x_4y_1 - x_1y_4 + x_4y_4$$

Po zredukowaniu i uszeregowaniu według rosnących wartości  $x$  otrzymujemy:

$$2P = x_1y_2 - x_1y_4 + x_2y_3 - x_2y_1 + x_3y_4 - x_3y_2 + x_4y_1 - x_4y_3 = \\ = x_1(y_2 - y_4) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_4 - y_2) + x_4(y_1 - y_3)$$

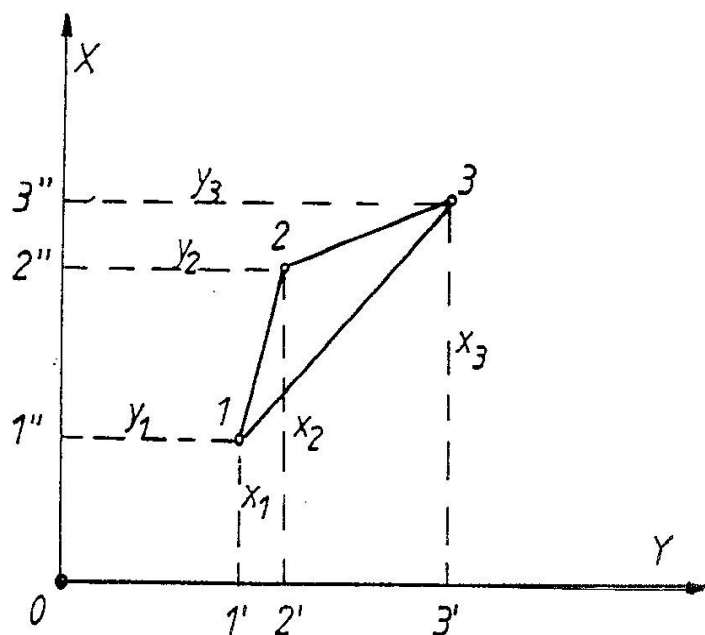
Jeżeli uszeregujemy wyrazy według rosnących wartości  $y$ , to otrzymamy:

$$2P = y_1(x_4 - x_2) + y_2(x_1 - x_3) + y_3(x_2 - x_4) + y_4(x_3 - x_1) \quad ($$

Kontrolą w trakcie obliczeń jest sprawdzenie czy suma różnic rzędnych lub suma różnic odciętych są równe zero.

OBLICZANIE POLA FIGURY — METODA ANALITYCZNA:

a.) na podstawie współrzędnych



Uogólniając:

$$\text{wzgl. } Y \quad 2P = \sum_1^n x_k (y_{k+1} - y_{k-1})$$

$$\text{wzgl. } X \quad -2P = \sum_1^n y_k (x_{k+1} - x_{k-1})$$

$$P_{12,3} = P_{122'1'} + P_{233'2'} - P_{133'1'} =$$

$$= \frac{x_1 + x_2}{2} (y_2 - y_1) + \frac{x_2 + x_3}{2} (y_3 - y_2) - \frac{x_1 + x_3}{2} (y_3 - y_1) \cdot 2$$

$$2P = x_1 y_2 + x_2 y_2 - x_1 y_1 - x_2 y_1 + x_2 y_3 + x_3 y_3 - x_2 y_2 - x_3 y_2 - x_1 y_3 -$$

$$- x_3 y_3 + x_1 y_1 + x_3 y_1 = x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_3) =$$

$$= \sum_1^3 x_k (y_{k+1} - y_{k-1})$$

Sprawdzenie:

$$\sum_1^n (y_{k+1} - y_{k-1}) = 0$$

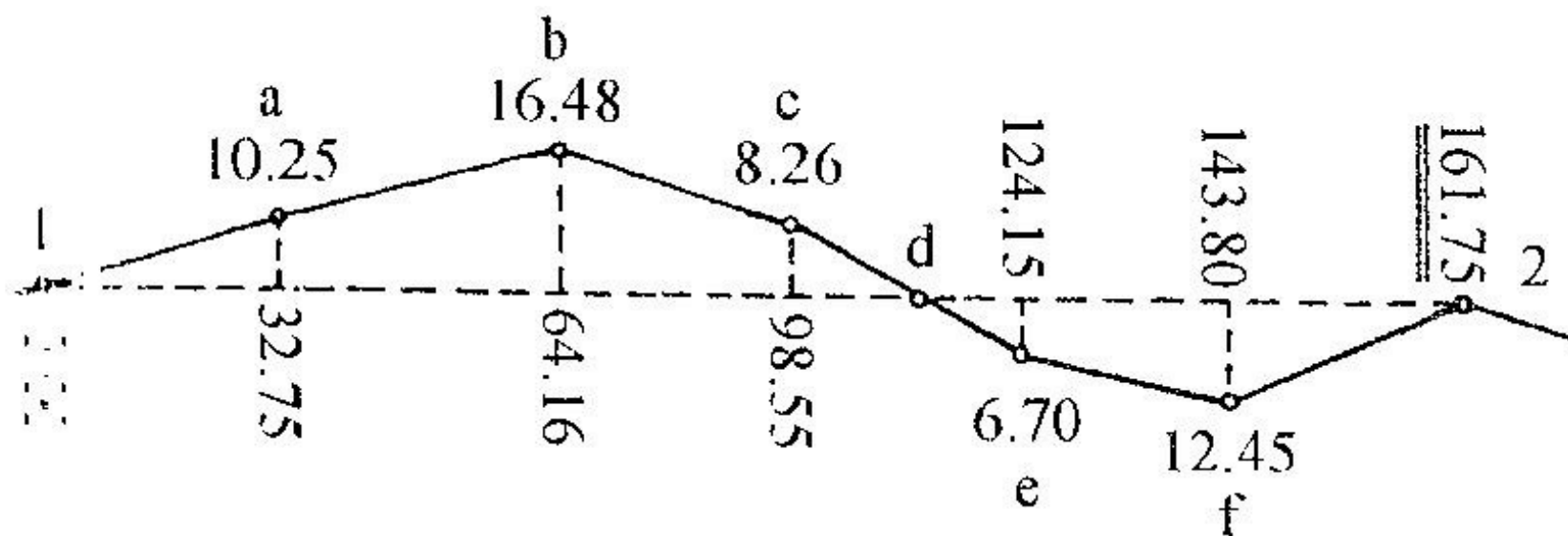
$$\sum_1^n (x_{k+1} - x_{k-1}) = 0$$



## Sposób drugi – obliczanie powierzchni na podstawie współrzędnych

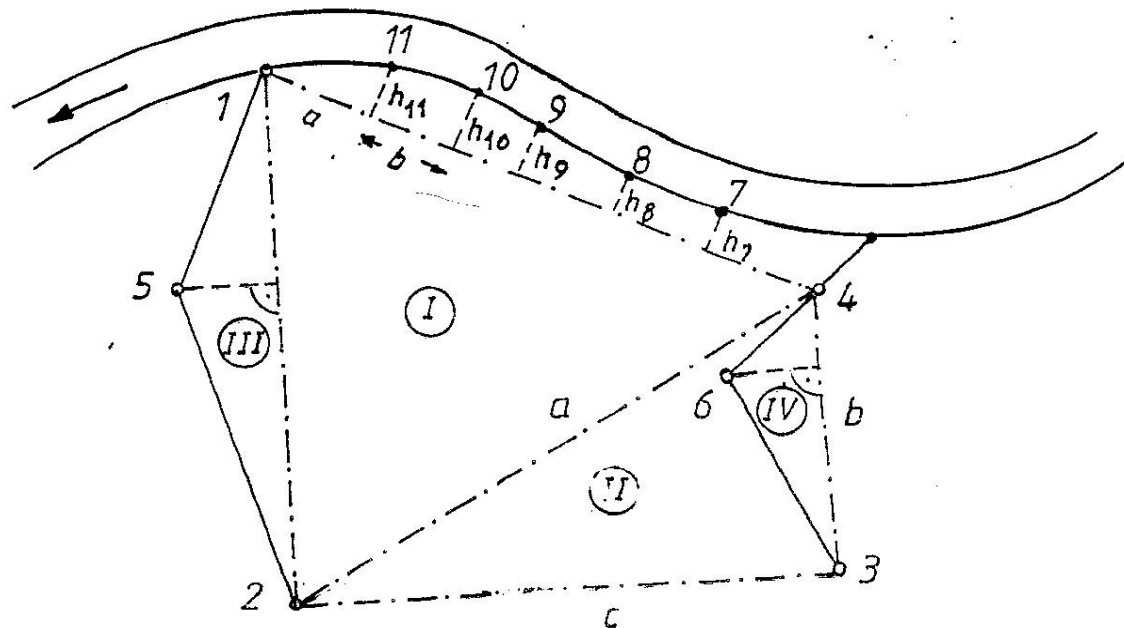
Do miary prostokątne do punktów granicznych możemy przyjąć za współrzędne prostokątne w układzie, w którym linię 1–2 przyjmujemy za oś odciętych, a punkt 1 za początek układu. Rzędne z lewej strony linii 1–2 będą miały znak minus, a z prawej znak plus. Powierzchnię obliczamy stosując ogólny wzór (5.75) na obliczanie powierzchni ze współrzędnych, czyli

$$2P = \sum x_i (y_{i+1} - y_{i-1})$$



**RYСУNEK 5.54.** Punkty graniczne mierzone na do-  
miary

b), na podstawie wymiarów liniowych:



$$P' = P_{\Delta I} + P_{\Delta II} + P_{\Delta III} - P_{\Delta IV}$$

obliczone ze wzoru:

$$P_{\Delta} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \text{gdzie: } s = \frac{1}{2}(a+b+c); \quad a, b, c - \text{boki trójkąta}$$

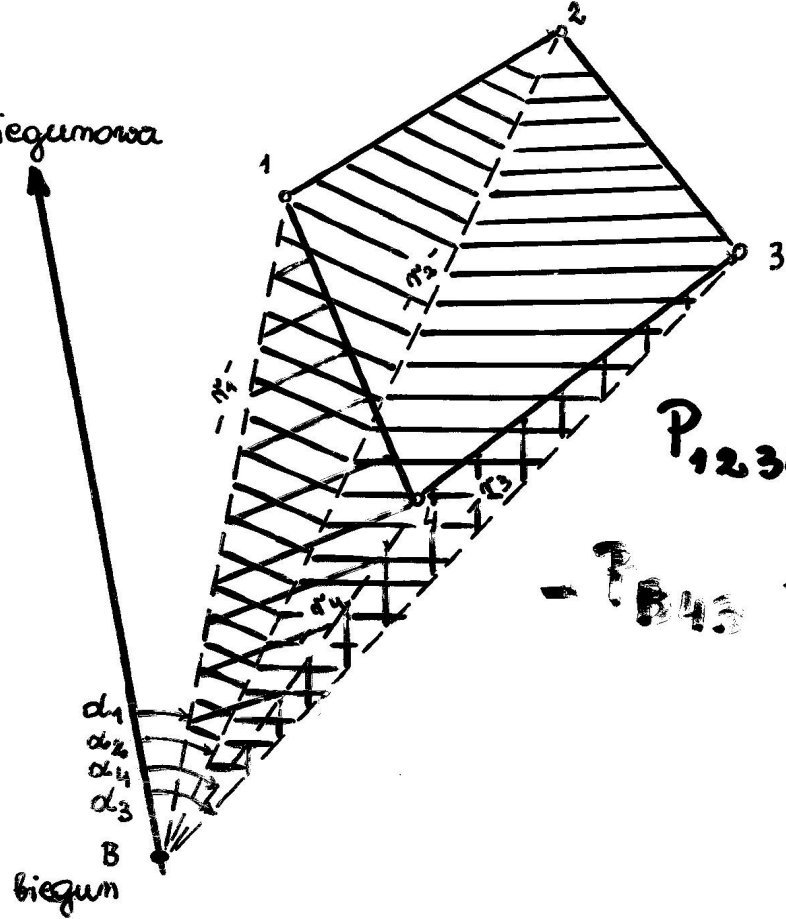
$$P'' = P_{\Delta} + \sum P_{\square} \quad \text{obliczone ze wzorów;}$$

$$P_{\Delta} = \frac{1}{2} a \cdot h_{11} \quad \text{i np.} \quad P_{\square} = \frac{1}{2} (h_{11} + h_{10}) \times b$$

Pole całkowite:

$$P = P' + P''$$

oś biegunowa  
r



(+)

(-)

$$P_{1234} = P_{B12} + P_{B23}$$

$$- P_{B43} - P_{B14}$$

Obliczenie pola wieloboku na podstawie współrzędnych biegunowych (odległość i kąt).

$$2P = r_1 r_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1) + r_2 r_3 \sin(\alpha_3 - \alpha_2) - r_3 r_4 \sin(\alpha_3 - \alpha_4) - r_4 r_1 \sin(\alpha_4 - \alpha_1)$$

$$2P = r_2 r_1 \sin(\alpha_2 - \alpha_1) + r_3 r_2 \sin(\alpha_3 - \alpha_2) + r_4 r_3 \sin(\alpha_4 - \alpha_3) + r_1 r_4 \sin(\alpha_1 - \alpha_4)$$

$$2P = \sum_{i=1}^{i=n} r_{i+1} r_i \sin(\alpha_{i+1} - \alpha_i)$$

Kontrola  $\sum_{i=1}^{i=n} (\alpha_{i+1} - \alpha_i) = 0$

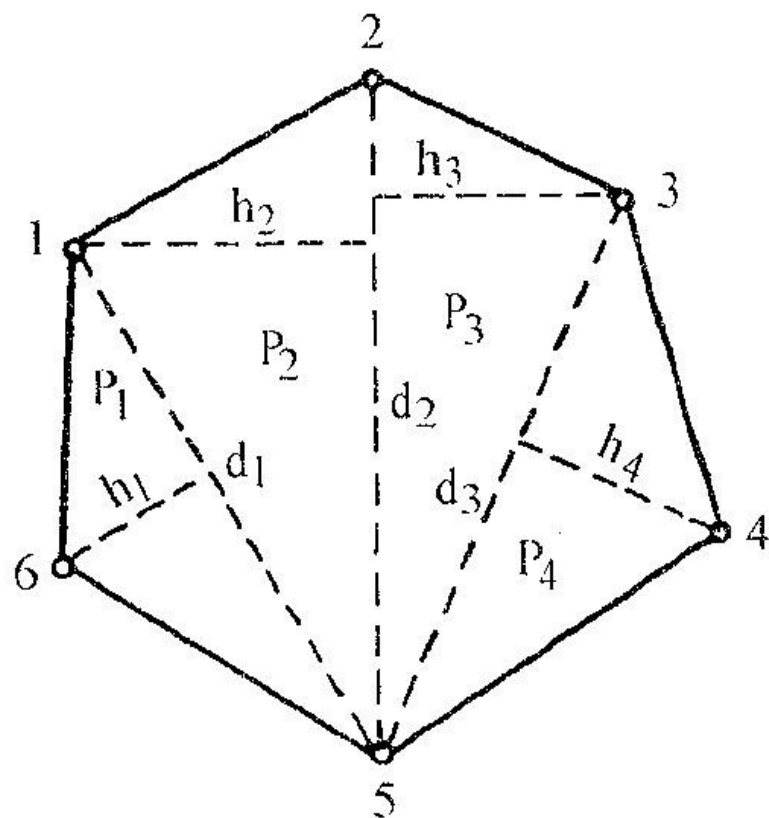
W **metodzie biegunowej** podwójną powierzchnię trójkątów obliczamy jako iloczyn sąsiednich boków i sinus kąta między tymi bokami. Położenie bieguna i osi biegunowej względem wieloboku nie wpływają na wzór ogólny i poprawność obliczeń.

- Obliczenie **powierzchni ze współrzędnych** (prostokątnych lub biegunowych) stosujemy dla działki w obrębie osnowy pomiarowej, która ma pomierzone lub wyliczone współrzędne wierzchołków.
- **Dokładność metody analitycznej** zależy tylko od dokładności pomiaru w terenie!
- Doświadczalnie ustalono, że przy dokładności: pomiaru długości 1:2000 a kąta  $\pm 1$ min. **błąd względny** wyniesie  $1:1000 \times P$ .
- **Obliczając pole działki (wieloboku) w oparciu o program komputerowy, wybieramy z menu hasło np.. "Obliczenie powierzchni"** i wpisujemy współrzędne (x,y) punktów ograniczających ten obszar lub wskazujemy kursorem te punkty na mapie numerycznej wyświetlanej na monitorze komputera.

**Ad.2 Metoda graficzna-** stosujemy wzory dla prostych figur geometrycznych ale elementy niezbędne do obliczenia powierzchni (długości lub współrzędne) mierzymy na mapie.

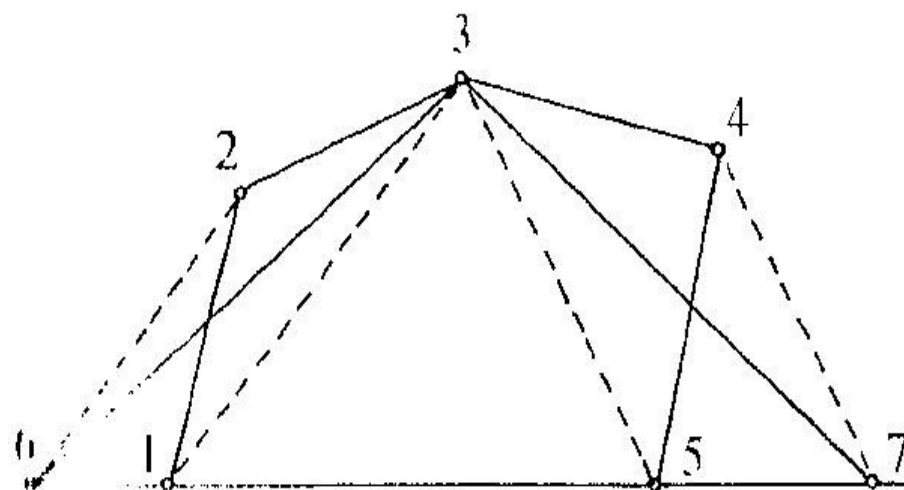
- Przebieg pomiaru:
- Wielobok dzielimy na proste figury geometryczne np..trójkąty foremne (podstawa porównywalna z wysokością trójkąta).
- W każdym trójkącie wystawiamy po dwie wysokości na dwie podstawy i po ich zmierzeniu (podziałka,przenośnik) dwukrotnie obliczamy pole, wyznaczamy śr.arytmetyczną
- Powierzchnia wieloboku jest sumą pól trójkątów.
- Możemy też wielobok **zamienić na trójkąt równoważny**. Przekształcenie graficzne wieloboku wykonujemy dwukrotnie na dwa różne boki. Pole jest średnią z dwukrotnych obliczeń powierzchni.

Przekształcenie wieloboku rys.5.58 na trójkąt równoważny: a) przez p.4 prowadzimy równoległą do 3-5 wyznaczając p.7 b) przez p.2 kreślimy równoległą do 1-3 wyznaczając p.6, c) trójkąt 6-3-7 jest równoważny!



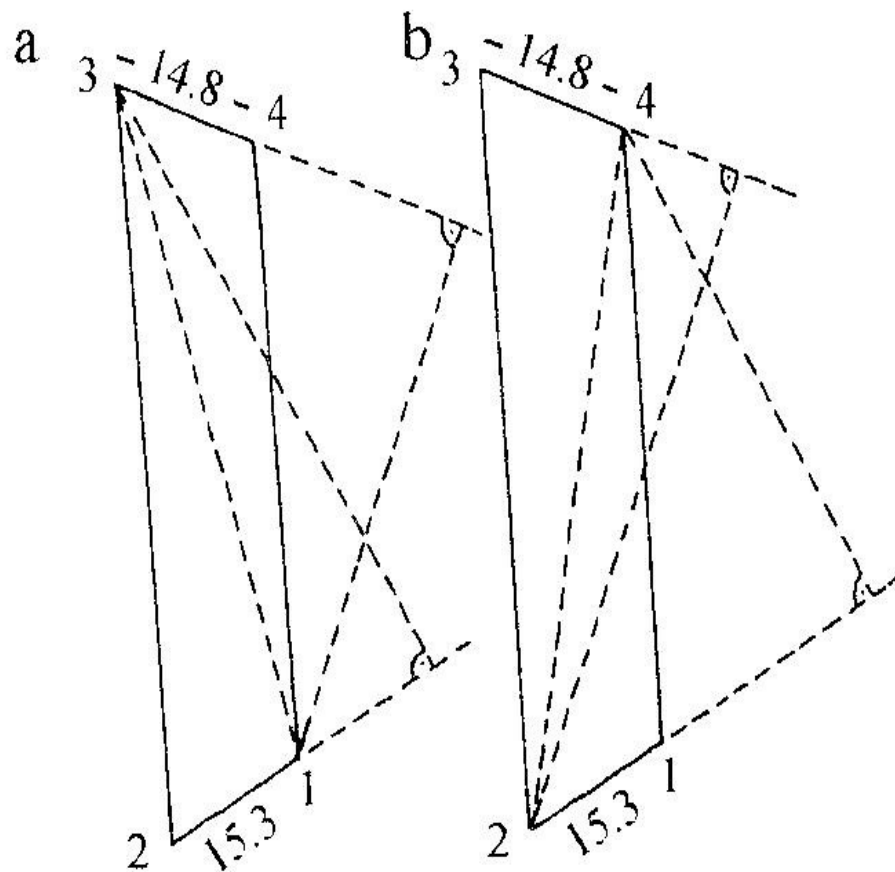
**RYСУNEK 5.57.** Elementy do graficznego wyznaczania powierzchni

Powierzchnia sześcioboku rys.5.57 jest sumą pól 4 trójkątów:  
 $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$   
 gdzie  $P = 1/2 (h \times d)$



**RYСУNEK 5.58.** Zamiana wieloboku na trójkąt o tej samej powierzchni

**Ad.p3)Metoda analityczno-graficzna (kombinowana)** - stosujemy ją przy obliczaniu powierzchni wąskich, wydłużonych działek. Łączy w sobie pomiar w terenie (boki krótkie) i pomiar na mapie (odcinki długie).

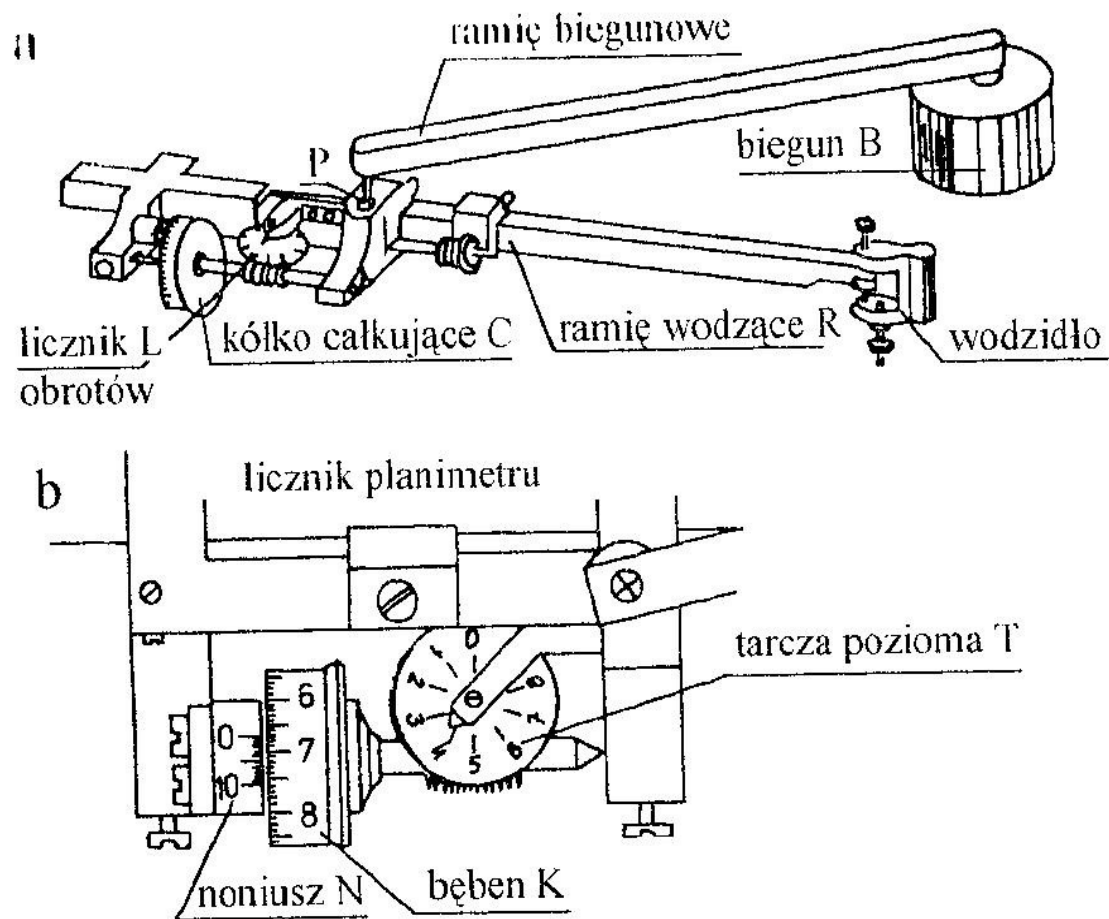


**RYСУNEK 5.59.** Wyznaczanie powierzchni wydłużonych działek

- Dokładność graficzna dla  $d=0,2\text{mm}$
- ▮ dla mapy 1:2000 bł.D=0.4m
  - ▮ dla  $P = 20\text{m} \times 200\text{m}$
  - ▮ pomiar szerokości da bł.P=80mkw.
  - ▮ Pomiar długości dla bł.D=0.4m
  - ▮ daje bł.P=8mkw. Stąd błąd
  - ▮ krótkich wymiarów
  - ▮ ma większy wpływ na
  - ▮ błąd wyznaczenia pola.

Ad.4) **Metoda mechaniczna** (planimetrowanie) – do pomiaru powierzchni na mapie figur geometrycznych lub ograniczonych liniami krzywymi używamy planimetru (biegunowy kompensacyjny).

Budowa planimetru:



- ▮ Ramie biegunowe i biegun
- ▮ połączone przegubowo
- ▮ ramię wodzące
- ▮ Wodzik – punkt, którym obwodzimy figurę
- ▮ Kółko całkujące
- ▮ licznik obrotu kółka

**RYСУNEK 5.60.** Planimetr biegunowy: a – widok ogólny, b – licznik planimetru



Wyróżniamy dwa przypadki wykonania pomiaru:

- 1) biegun planimetru ustawiony jest na zewnątrz mierzonej figury,
- 2) biegun, przy wyznaczaniu pola ustawiony jest wewnątrz figury.

W pierwszym przypadku, gdy biegun jest na zewnątrz, wzór na obliczanie powierzchni jest następujący:

$$P = Cn \quad (5.78)$$

gdzie

$C$  – stała mnożenia planimetru,

$n$  – liczba obrotów kółka całkującego, którą znajdujemy jako różnicę dwóch stanów licznika –  $n_1$  przed rozpoczęciem pomiaru i  $n_2$  – po zakończeniu pomiaru.

$$n = n_2 - n_1$$

Jeżeli natomiast biegun planimetru ustawimy wewnątrz mierzonej figury, wówczas wielkość powierzchni wynosi:

$$P = C_n + C_1 \quad (5.79)$$

gdzie

$C$  – stała mnożenia planimetru,

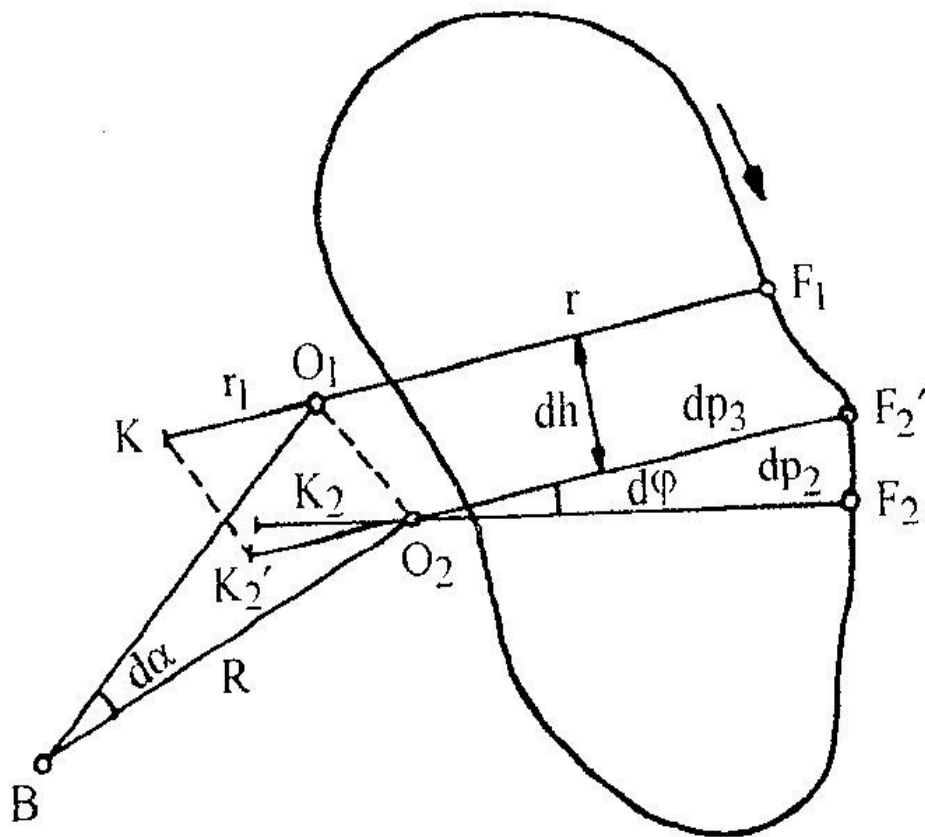
$C_1$  – stała dodawania planimetru,

$n$  – liczba obrotów kółka całkującego.

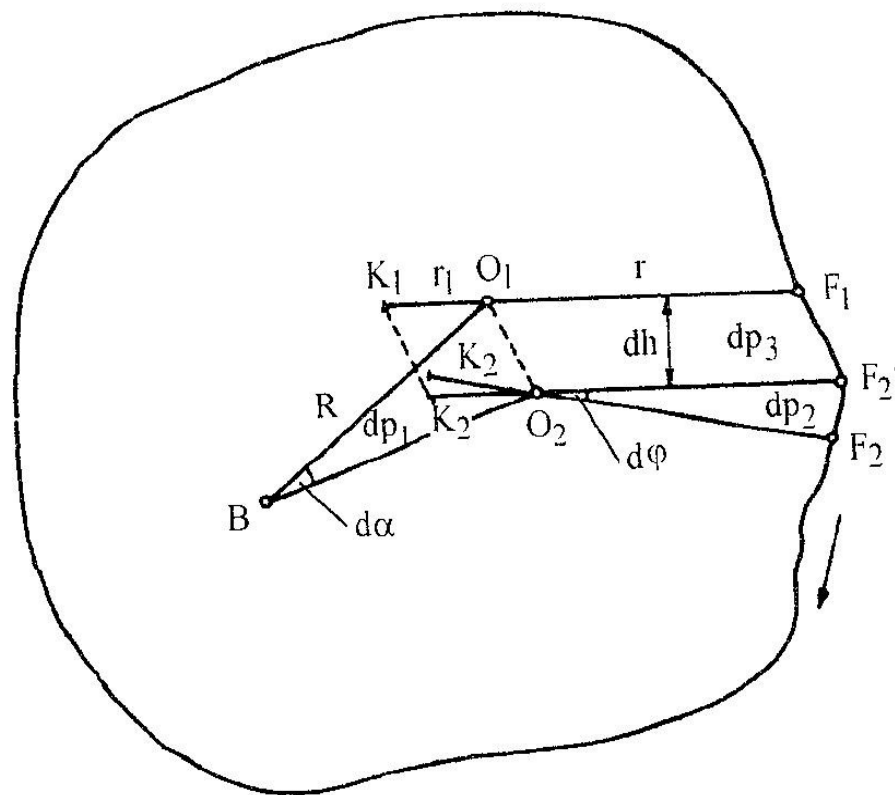
Istnieje możliwość zerowania pierwszego odczytu planimetru, dzięki czemu drugi odczyt jest liczbą obrotów kółka całkującego –  $n$ .

Całkowanie po obwodzie figury: przesuając wodzik po obwodzie figury zakreślane są powierzchnie elementarne. Powierzchnia  $dp$  składa się z wycinka kołowego  $dp_1$  i  $dp_2$  oraz równoległoboku  $dp_3$  (kąty zmieniają się od 0 do  $2\pi$ ).

### Teoria planimetru biegunowego



**RYСУNEK 5.62.** Wyznaczanie powierzchni planimetrem przy biegunie znajdującym się na zewnątrz powierzchni



**RYСУNEK 5.61.** Wyznaczanie powierzchni planimetrem przy biegunie umieszczonym wewnątrz powierzchni

Całkowita droga kółka całkującego wyrazi się iloczynem liczby jego obrotów  $n$  i długości obwodu. Oznaczając promień kółka całkującego przez  $\rho$ , otrzymujemy:

$$\Sigma d_o = n 2 \pi \rho \quad (5.85)$$

Podstawiając wartości poszczególnych wyrazów do równania oznaczającego powierzchnię otrzymujemy:

$$P = \frac{R^2}{2} 2\pi + \frac{r^2}{2} 2\pi + rn 2\pi\rho + rr_1 2\pi; \quad P = 2\pi\rho rn + \pi (R^2 + r^2 + 2rr_1) \quad (5.86)$$

Oznaczamy

$$C = 2\pi\rho r; \quad C_1 = \pi (R^2 + r^2 + 2rr_1) \quad (5.87)$$

W ten sposób otrzymujemy uprzednio podany wzór na wyznaczenie powierzchni planimetrem przy biegunie umieszczonym wewnątrz figury planimetrowanej, czyli

$$P = Cn + C_1 \quad (5.88)$$

Jeżeli biegun znajduje się na zewnątrz mierzonej figury (rys. 5.62), to wodzik nie obróci się dookoła bieguna i wówczas

$$\Sigma d\alpha = 0; \quad \Sigma d\varphi = 0$$

Wzór na powierzchnię przyjmie postać:

$$P = r \Sigma d_o = 2\pi r \rho n; \quad C = 2\pi r \rho$$

$$P = Cn \quad (5.89)$$

Staramy się, aby stała  $C$  była liczbą całkowitą odpowiedniej wielkości. Wielkość tej stałej jest wprost proporcjonalna do długości ramienia wodzącego. Ponieważ planimetr jest zazwyczaj tak skonstruowany, że mamy możliwość wydłużać lub skracać w miarę potrzeby długość ramienia wodzącego, istnieje w związku z tym możliwość zmiany wielkości stałych planimetru, a w szczególności stałej  $C$  i dobranie najbardziej dogodnej jej wartości do dalszych obliczeń.

Aby zmienić wielkość stałej  $C$ , korzystamy z zależności:

$$\frac{C'}{C''} = \frac{r'}{r''} \quad (5.93)$$

gdzie

$C'$  – stała mnożenia przy długości ramienia wodzącego  $r'$ ,

$C''$  – stała mnożenia przy długości ramienia wodzącego  $r''$ .

Powyższa zależność wyraża proporcjonalność wielkości stałej mnożenia do długości ramienia wodzącego.

Chcąc zmienić stałą mnożenia z  $C'$  na  $C''$ , odczytujemy długość ramienia przy stałej  $C' - r'$  i obliczamy długość ramienia  $- r''$ , przy którym stała mnożenia będzie  $C''$ , czyli

$$r'' = \frac{C''}{C'} r' \quad (5.94)$$

Po obliczeniu potrzebnej długości ramienia wodzącego  $- r''$ , nastawiamy jego długość, po czym sprawdzamy stałą mnożenia w podany poprzednio sposób.

## Użytkowanie planimetru

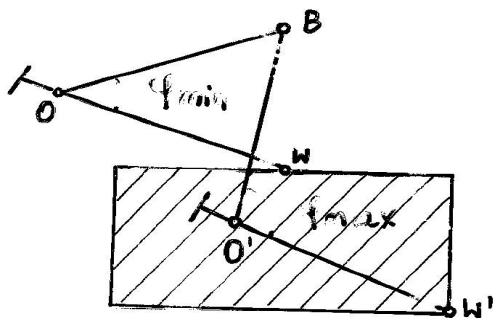
- mapa płaska i pozioma
- kołko wędrujące toczy się swobodnie po mapie
- ramiona planimetru nie powinny tworzyć kąta spora przedziału

$$30^\circ < \varphi < 150^\circ$$

$$b \approx x \cdot \cos \alpha$$

↑  
dr. wódzika

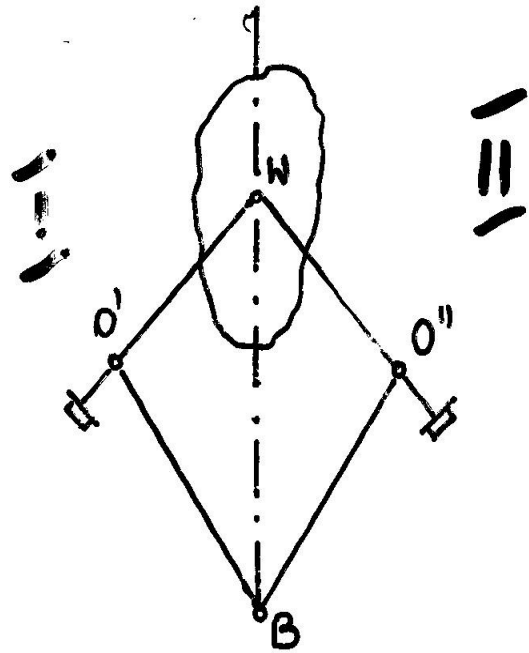
$$\cos 90^\circ = 0$$



- ramię wódcze powinno być możliwie majkrótsze → dokładniejsza rejestracja  $\Delta m = m_2 - m_1$
- dokładny powrót do punktu początkowego
- wybór punktu początkowego w miejscu najwzdalniejszego obrotu kołka
- planimetrowanie 2x ze zmianą położenia bieguna względem figury
- min.  $\Delta m = 50$
- planimetrowanie w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara

## Warunki pracy planimetrem

- 1) lekki, swobodny obrót kółka całkującego
- 2) równoległość osi obrotu kółka do kierunku wodzącego.



$$|\Delta m_{\underline{I}} - \Delta m_{\underline{II}}| > 2 + 3$$

↓  
istnieje nierównoległość

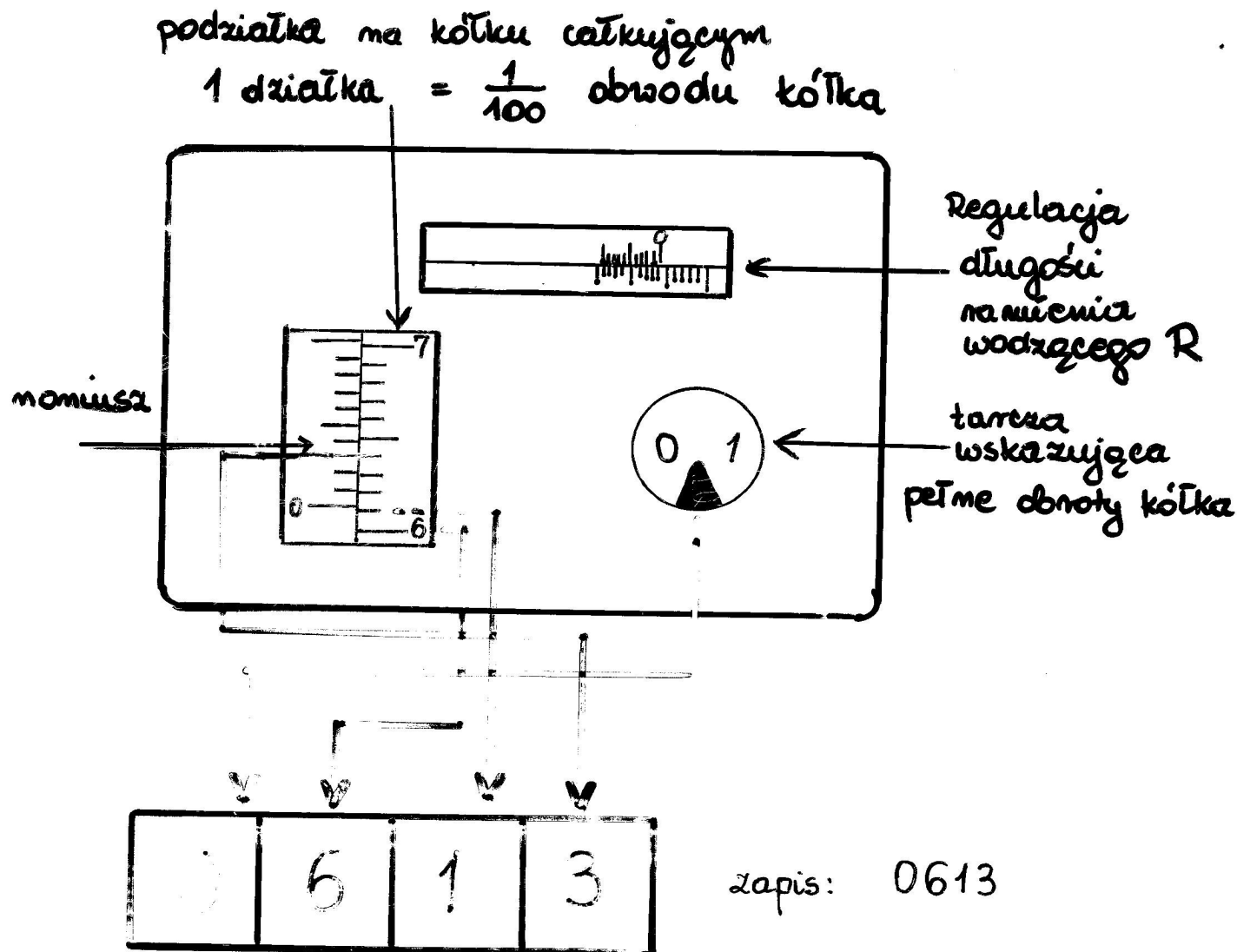
$$\Delta m_{\underline{I}} = \Delta m_{\text{mec2}} + \delta$$

$$\Delta m_{\underline{II}} = \Delta m_{\text{mec2}} - \delta$$

$$\Delta m_{\text{mec2}} = \frac{\Delta m_{\underline{I}} + \Delta m_{\underline{II}}}{2}$$

Dokładność obliczenia pola planimetrem zależy od: skali mapy i długości ramienia wodzącego, dokładności rysunku i jakości podłoża, wielkości i kształtu figury, dokładności prowadzenia wodzika.

ODCZYT:



1) Analityczna  $\frac{m_P}{P} = \frac{1}{1000}$  przy  $m_L = 1'$   
 $\frac{m_L}{L} = \frac{1}{2000}$

2) KOMBINOWANA  $\approx 1)$

3) Graficzna  $\frac{1}{200} \div \frac{1}{500}$

4) Mechaniczna

$P \approx 1 \text{ cm}^2$  na mapie  $\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{1}{50}$

$P \approx 10 \text{ cm}^2$  " "  $\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{1}{150}$

$P \approx 100 \text{ cm}^2$  " "  $\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{1}{500}$

$P \approx 500 \text{ cm}^2$  " "  $\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{1}{1000}$

$P \approx 1000 \text{ cm}^2$  " "  $\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{1}{1500}$

$m_P = \pm 0.0002 M \sqrt{P}$

$\checkmark$   $m_P = \pm (0.002P + 0.0002 M \sqrt{P})$

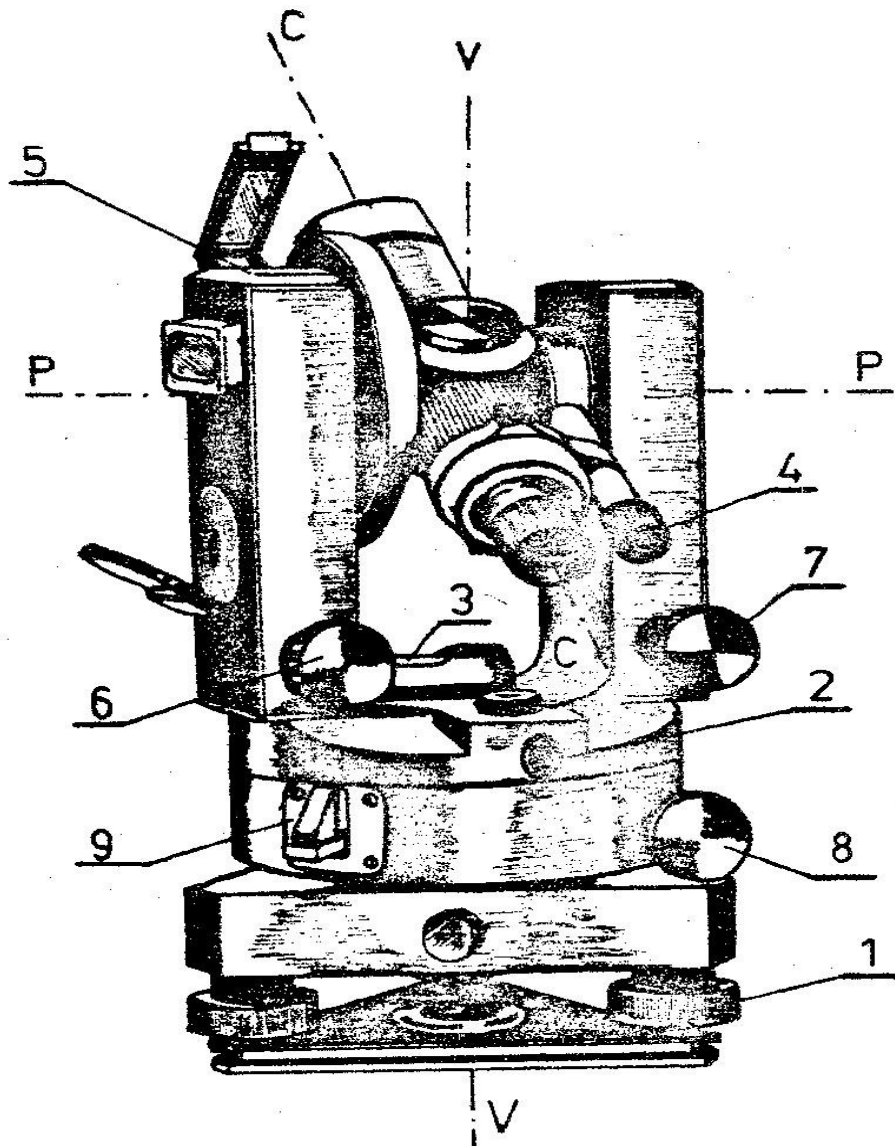
**Dokładność  
metod**





**POMIARY KĄTOWE. Budowa teodolitu, warunki osiowe.  
Metody pomiaru odległości.**

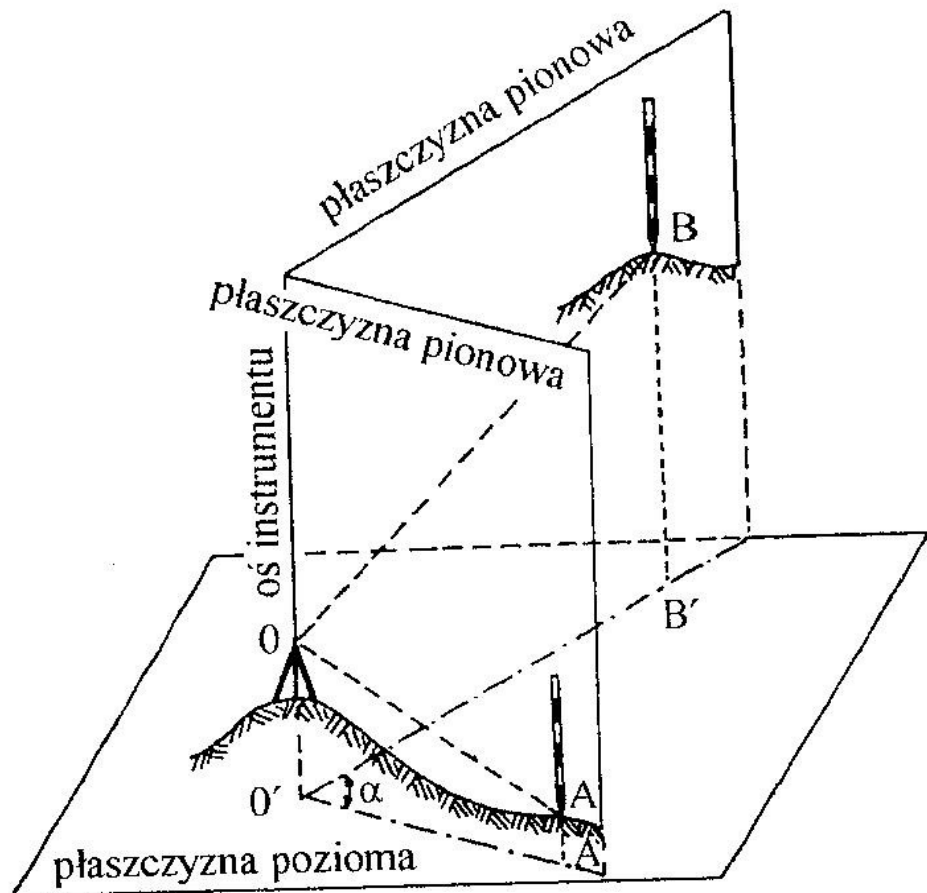
**Teodolit** to instrument do pomiaru kątów: a) **poziomych**, b) **pionowych**.  
Dzielimy je na: **precyzyjne** (dokł.>2sek.) i **techniczne** (dokł.<10sek.).  
Ze względu na budowę i stopień wyposażenia: 1) **techniczne**,  
2) **laserowe**, 3) **z automatyczną rejestracją odczytów**. **BUDOWA:**



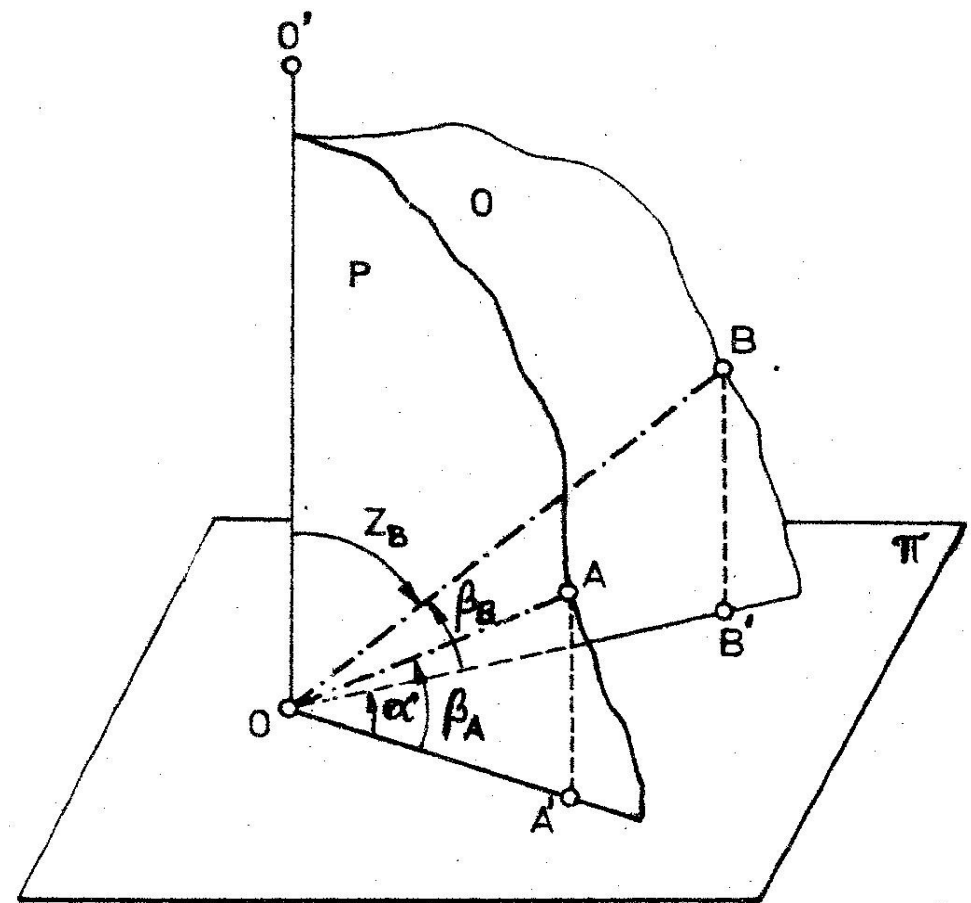
**Rys. 3.16.** Podstawowe części teodolitu i jego osie geometryczne: 1 – śruby poziomujące, 2 – okular pionu optycznego, 3 – libella alidadowa, 4 – mikroskop odczytowy kręgów podziałowych, 5 – zwierciadło libelli kolimacyjnej, 6 – śruba poziomująca libellę kolimacyjną, 7 – śruba drobnego ruchu (leniwego) lunety w płaszczyźnie pionowej, 8 – śruba drobnego ruchu (leniwego) alidady w płaszczyźnie poziomej, 9 – zacisk blokujący obrót kręgu podziałowego poziomego

**Kąt poziomy** - jest miarą kąta dwuściennego pomiędzy płaszczyznami pionowymi P i O, które zawierają w sobie kierunki na p.A i p.B, leżący w płaszczyźnie poziomej(0 -360st.)

**Kąt pionowy** – leży w płaszczyźnie pionowej, zawarty jest między kierunkiem na punkt a prostą poziomą(-+ 0 -90st.)



. Kąt poziomy

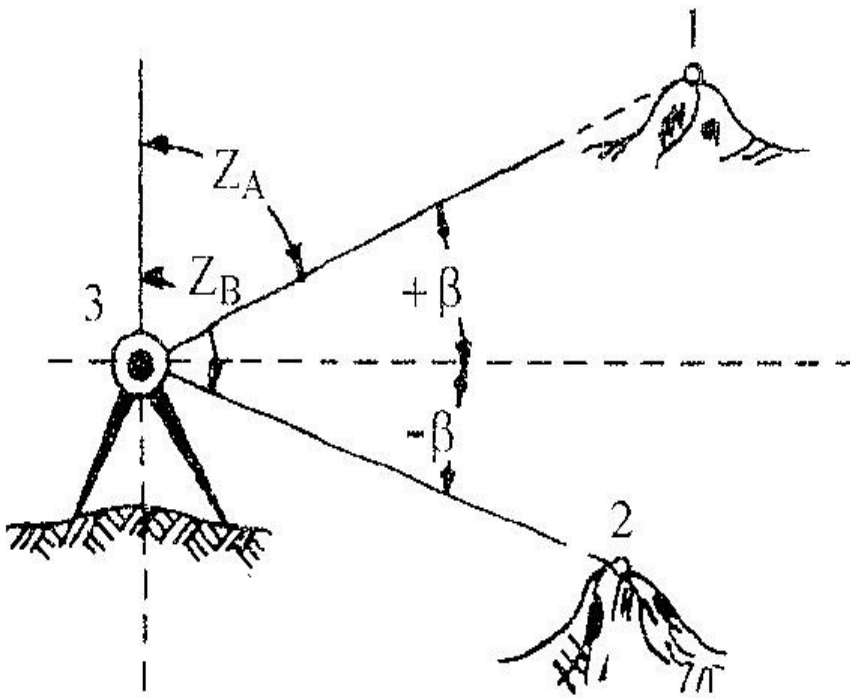


Rys. 3.14. Geometria kąta poziomego i pionowego

Odległość zenitalna (**kąt zenitalny**) jest to kąt zawarty między prostą pionową przechodzącą przez wierzchołek mierzonego kąta a kierunkiem na dany punkt, mierzony od zenitu do punktu. Jest zawsze kątem dodatnim.

$$z = 100^g - \beta \quad (3.29)$$

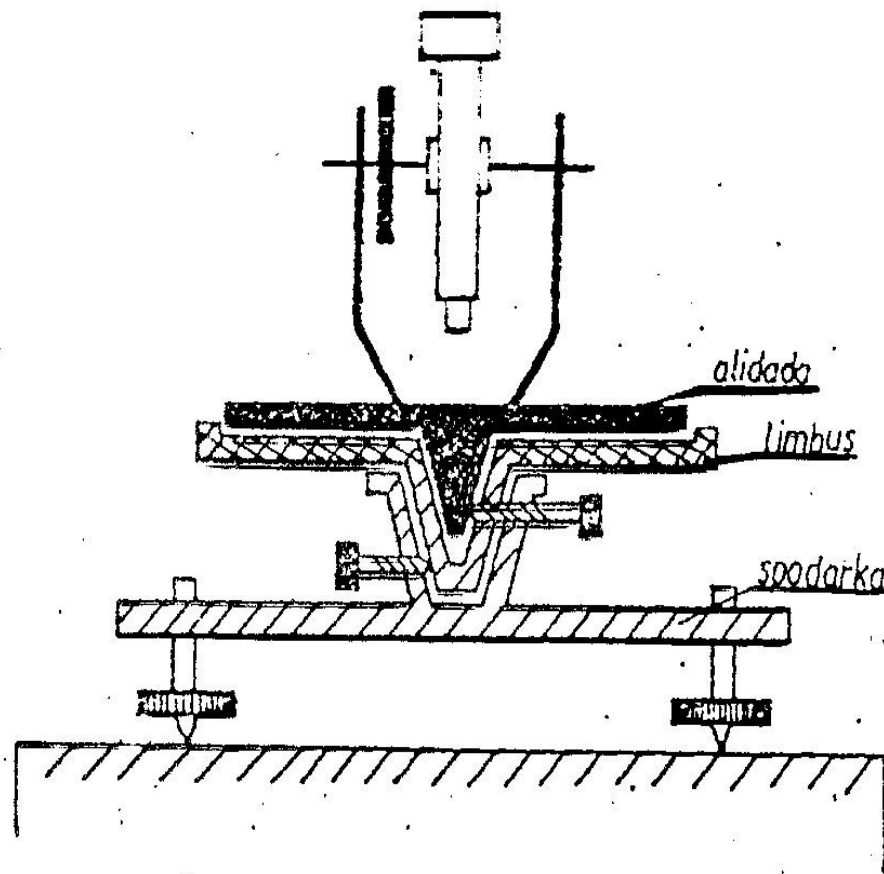
Odległość zenitalna zmienia się od  $0^\circ$  do  $180^\circ$  (od  $0^g$  do  $200^g$ ).



**RYСУNEK 3.36.** Kąty pionowe i odległości zenitalne

Teodolit składa się z trzech podstawowych zespołów: **spodarki**, **limbusa i alidady** (koło poziome) oraz: limbusa koła pionowego, lunety, systemu odczytowego, libel, śrub poziomujących, zaciskowych oraz śrub mikrometrycznych i rektyfikacyjnych.

### BUDOWA TEODOLITU



- **Spodarka** jest to
  - metalowa płyta
  - wyposażona w 3 **śruby**
    - tzw. **ustawcze**,
    - które służą do
  - poziomowania teodolitu.

## Podstawowe elementy w konstrukcji teodolitu

- **LIMBUS** jest to szklany krąg na obwodzie którego umieszczony jest podział kątowy (od 0 do 360st. Lub 400g), jego trzpień osadzony jest w tulei spodarki wzgl. której może się obracać. W tulei spodarki osadzona jest alidada.
- **ALIDADA**- umieszczona jest centrycznie nad kręgiem limbusem, sprzęgana z nim za pomocą **śruby zaciskowej**, jej małe ruchy umożliwia **śruba mikrometryczna tzw. leniwka**, posiada kreski wskaźnikowe tzw. **indeksy systemu odczytowego** (lub mikroskop skalowy) co pozwala na ustalenie położenia wskaźnika na tle podziału limbusem.
- Na górnej powierzchni alidady umieszczone są **dwie libele**, które **służą do poziomowania** instrumentu.
- Na alidadzie umieszczone są też dwa dźwigary, na których osadzona jest poziomo **luneta**. Jej swobodny obrót blokuje śruba zaciskowa, do małych przemieszczeń służy leniwka.
- Do lunety przymocowany jest na stałe **limbus pionowy**.

**Libela pudełkowa**- jest to szklany walec zamknięty od góry kulistą czaszą, osadzony w metalowej oprawce. Środek czaszy oznaczony  $G$ , to punkt główny libeli. Gdy libela jest w poziomie  $G=S$ , to płaszczyzna styczna do p. $G$  jest pozioma. Ma małą dokładność (poziomowanie wstępne), służy też do poziomowania łąt, pionu...

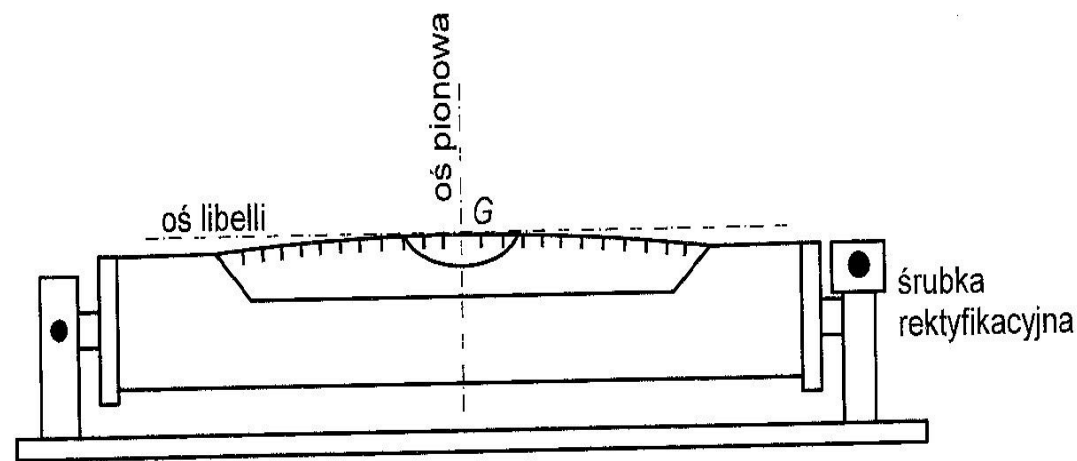
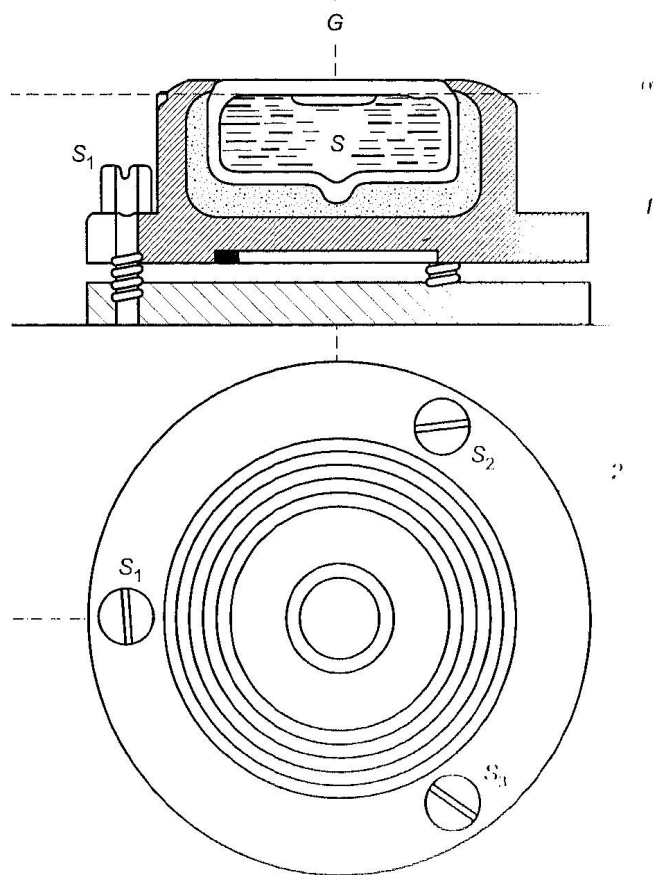
**Libela rurkowa**- służy do dokładnego wypoziomowania instrumentu. Prosta styczna w p. $G$  to oś libeli.

Położenie pęcherzyka

**libeli w p. $G$ , to**

wypoziomowanie libeli,

czyli wypionowanie



**Rys. 2.13.** Libella rurkowa (widok ogólny)

**2.12.** Libella pudełkowa okrapła:  $G$  — punkt główny libeli,  $S$  — środek pęcherzyka  
śrubki rektyfikacyjne,  $\alpha$  — płaszczyzna styczna: 1 — widok z boku, 2 — widok

**LUNETKA**- jest to układ optyczny umożliwiający celowanie do odległych przedmiotów. Obraz otrzymujemy dzięki soczewkom tworzącym dwa elementy optyczne: **obiektyw i okular**.

- Zasada działania: promienie przechodzące przez obiektyw tworzą obraz w płaszczyźnie siatki nitek (**obraz rzeczywisty, odwrócony**). Okular pełni rolę lupy: powiększa i udostępnia obraz dla obserwatora. Położenie obrazu określa wzór:

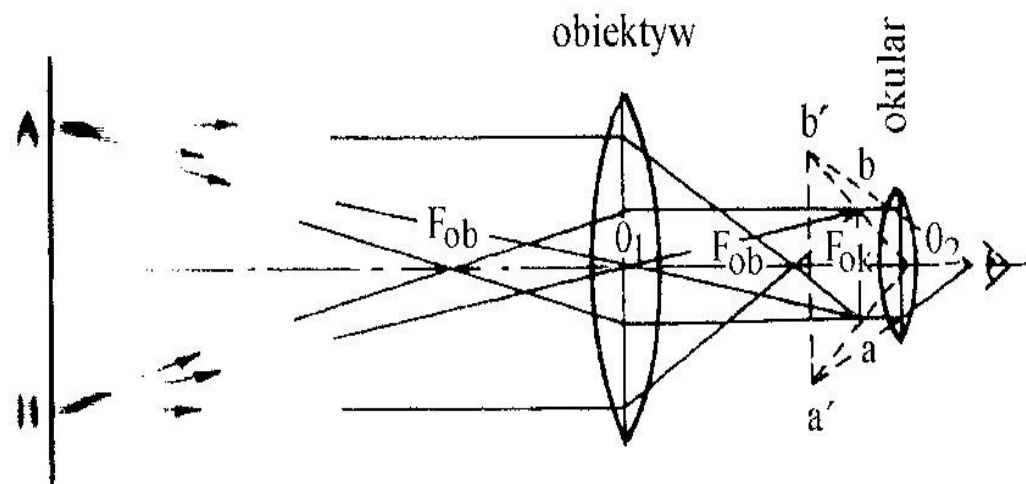
- $1/D + 1/d = 1/f$  gdzie:

- D- odległość od obiektu,  
d-odl. obrazu od obiektywu ,

- f- ogniskowa.

- Widać, że d jest zmienne,

- zależne od wartości D.

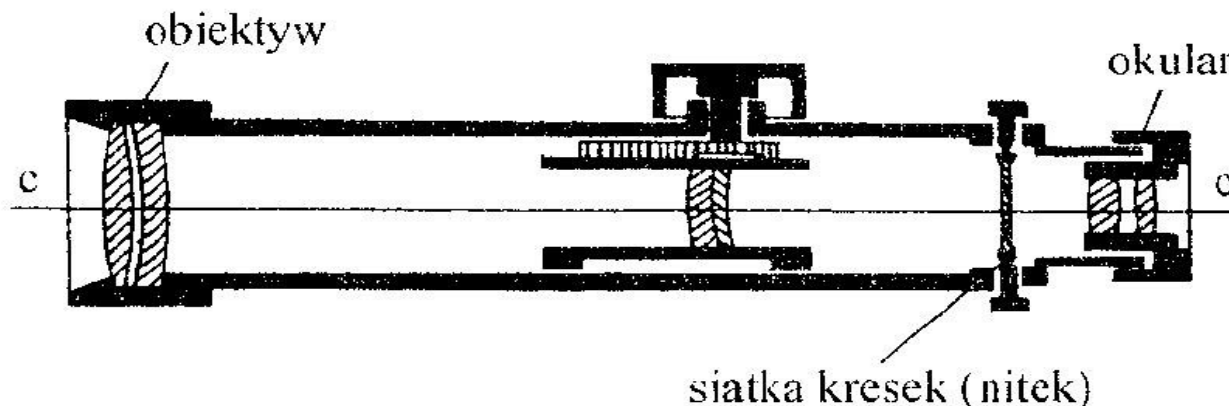


**RYSUNEK 3.41.** Schemat tworzenia się obrazu w lince z ogniskowaniem zewnętrznym



Niezbędnym elementem lunety jest **siatka nitek (kresek)**. Umieszczona jest na wytrawionej, szklanej płytce wewnątrz lunety (na niej powstaje obraz). Symetrycznie od poziomej nitki środkowej umieszczone są tzw. **nitki dalmiercze**. Środkiem krzyża kresek celujemy na obiekt.

- **Luneta z soczewką ogniskującą** (umieszczona między obiektywem a siatką nitek, rozpraszająca, zmienne położenie) Pokrętlelem ustawiamy ostrość obrazu, okularom ostrość siatki nitek, co pozwala uniknąć paralaksy. Zalety: 1) obserwacja przedmiotów bliskich  $>1.5\text{m}$  2) daje znaczne powiększenie 3) stabilność i szczelność elementów lunety.



**RYСУNEK 3.43.** Budowa lunety z soczewką ogniskującą – z ogniskowaniem wewnętrznym

Lunetę charakteryzują parametry: **1) powiększenie 2) jasność 3) pole widzenia**

- Ad.1) Powiększenie lunety  $G$ , to stosunek tangensa kąta widzenia obrazu utworzonego przez lunetę do tangensa kąta widzenia przedmiotu gołym okiem (w teodolicie  $G = 10-50x$ , w teodolitach technicznych  $G = 20-25x$ ).
- Ad.2) Jasność lunety  $J$ , to stosunek ilości światła widzianego przez lunetę do ilości światła przedmiotu widzianego „gołym okiem”. Jasność lunety- maleje ze wzrostem powiększenia a rośnie wraz ze wzrostem średnicy otworu obiektywu.
- Ad.3) Pole widzenia  $\omega$ , to kąt pod jakim widać obraz ograniczony brzegiem przesłony lunety. Jest odwrotnie proporcjonalne do powiększenia. W lunetach geodezyjnych wynosi ono 1-2 st.

## BUDOWA LUNETY:

Ob. - obiektyw

Ok. - okular

s.o. - soczewka ogniskująca

a - odległość siatki kresok

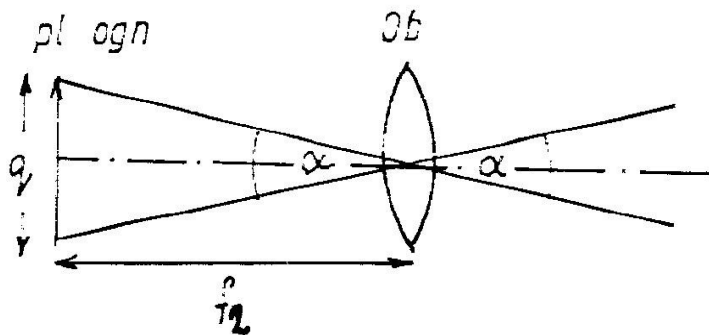
pl. ogn. - płytka ogniskowa

## Powiększenie lunety:

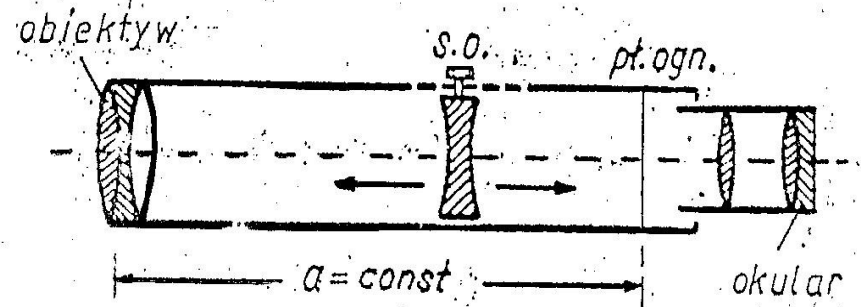
$$G = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\text{tg}\beta}{\text{tg}\alpha} = \frac{d}{D_1} = \frac{f_1}{f_2} \quad \begin{array}{l} \text{- ogniskowa obiektywu} \\ \text{- ogn. okularu} \end{array}$$

$$G \text{ (15} \div \text{50x)} \quad f_2 \geq 7 \text{ mm (M)}$$

## Pole widzenia lunety



## Luneta z soczewką ogniskującą



## Jasność lunety:

$$J = k \frac{R^2}{r^2 G^2} = 0,85 \frac{R^2}{r^2 G^2} \cdot 100\%$$

k - współk. przepuszczalności światła 0.85

R - pr. otworu obiektywu

r - pr. źrenicy

$$J \sim R^2 \quad J \sim \frac{1}{G^2}$$

$$\alpha' = \frac{2300'}{G} \quad \text{dla} \quad q = \frac{2}{3} f_2$$

$$\alpha' = 1^\circ \div 2^\circ$$

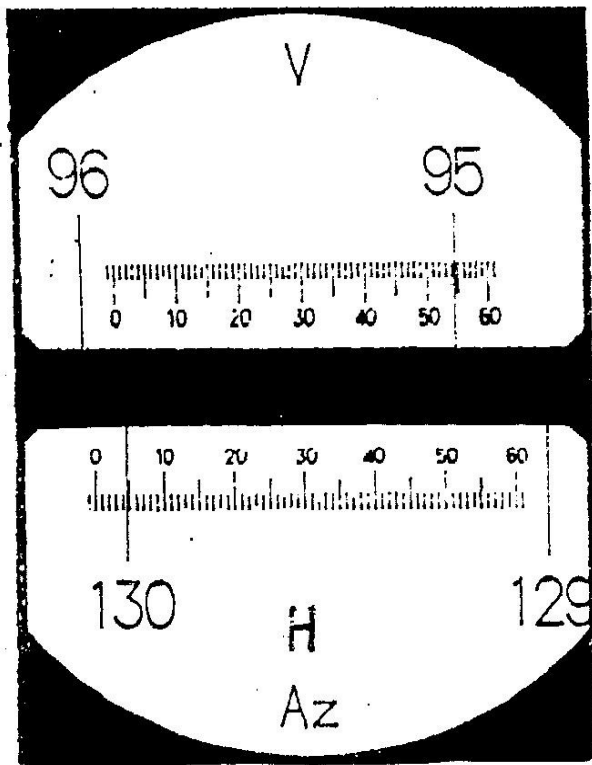
## Systemy odczytowe wartości kątowych w teodolicie.

- Obwód limbusea podzielony jest na 360st. Lub 400g. Stosuje się też podziały dokładniejsze np. 1dz.= 20c lub 10cc. W celu zwiększenia dokładności odczytu położenia wskaźnika alidady stosuje się różne systemy odczytowe:
- 1) **Mikroskop kreskowy** – szacunkowy, położenie wskaźnika na tle podziałki limbusea szacujemy „na oko”.
- 2) **Mikroskop skalowy** – w polu widzenia mikroskopu na tle podziałki limbusea umieszczona jest podziałka, której dokładność podziałki decyduje o dokładności odczytu, jej długość odpowiada wartości jednej działki limbusea a kreska początkowa to wskaźnik alidady.
- 3) **Mikrometr optyczny** – umożliwia najdokładniejszy odczyt, rozbudowana konstrukcja optyczna (soczewki, pryzmaty) pozwala na odczyt w 2 lub 3 okienkach, gdzie przesunięcie do pełnej wartości ustala się za pomocą śruby mikrometrycznej.

W trakcie pomiaru kąta ustalamy położenie wskaźnika alidady w stosunku do podziału limbuse. Odczyt jest sumą wartości podziału głównego na limbuse i wartości wskaźnika alidady.

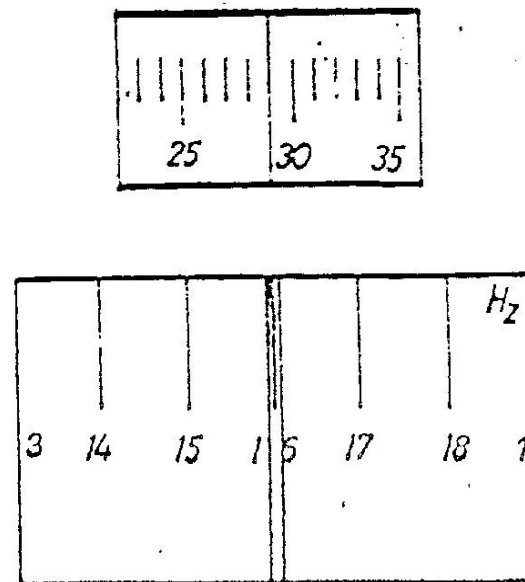
## SYSTEMY ODCZYTOWE

Mikroskop skalowy



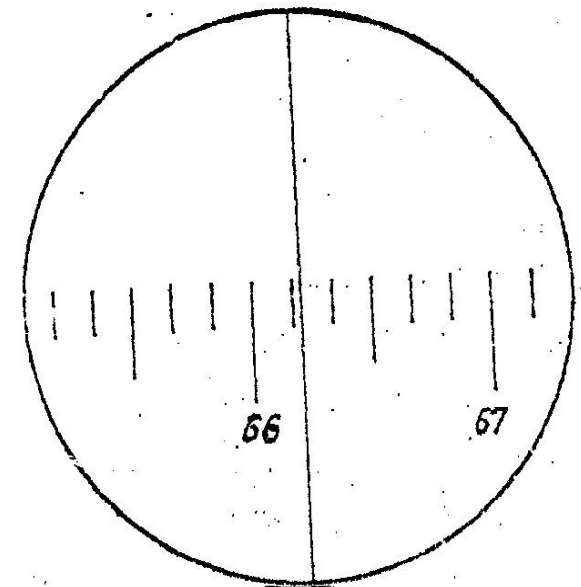
Odczyt:  $V = 95^{\circ}54',4$ ;  $Az = 130^{\circ}04',6$

Mikrometr optyczny



Odczyt  $16^{\circ}29,0'$

Mikroskop kreskowy



odczyt  $66^{\circ}12'$

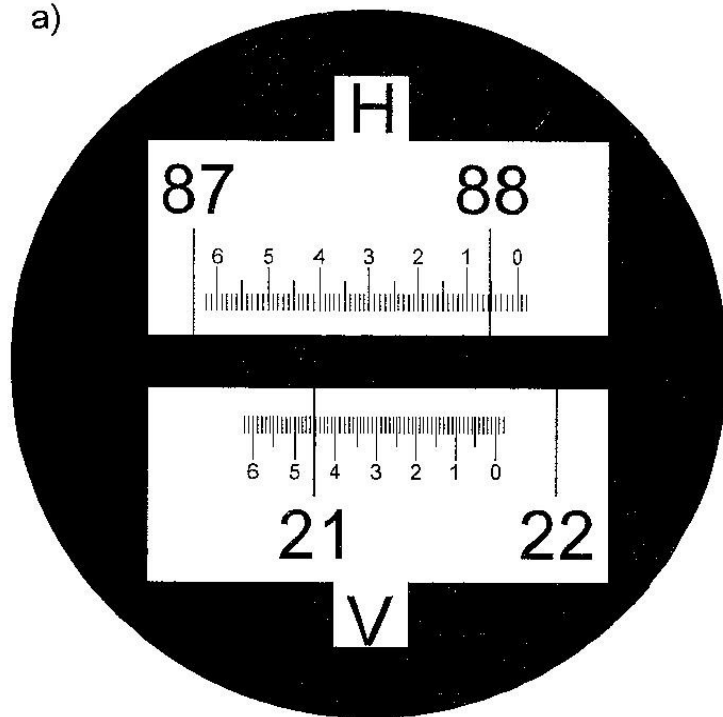
**Odczytów z kręgu poziomego (H-horyzontalnego) i kręgu pionowego (V- wertykalnego) dokonujemy za pomocą mikroskopu odczytowego. W polu widzenia jest fragment podziału Limbusa oraz nieruchoma podziałka Alidady. Jednostki katowe:**

**Kąt prosty: 360 stopni = 400 gradów**

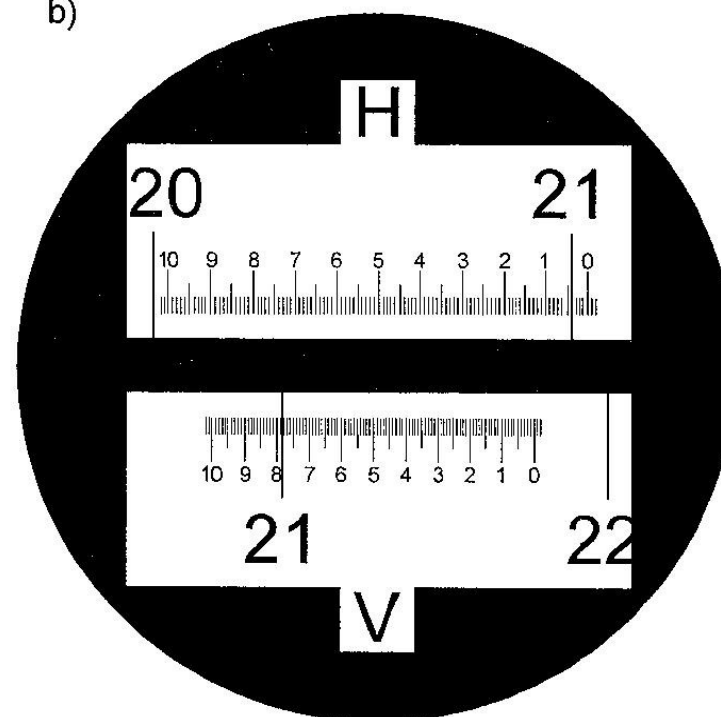
**1g=0.9st.**

**1g=100c (centygradów) 1c=100cc(decymiligradów)**

a)



b)



**Rys. 2.11.** Pole widzenia w lunecie odczytowej [15]: a) z podziałką stopniową (odczyt na kole poziomym  $88^{\circ}05'$ , na kole pionowym  $21^{\circ}45'$ ), b) z podziałką gradową (odczyt na kole poziomym  $21^{\text{g}}04'$ , na kole pionowym  $21^{\text{g}}79'$ )

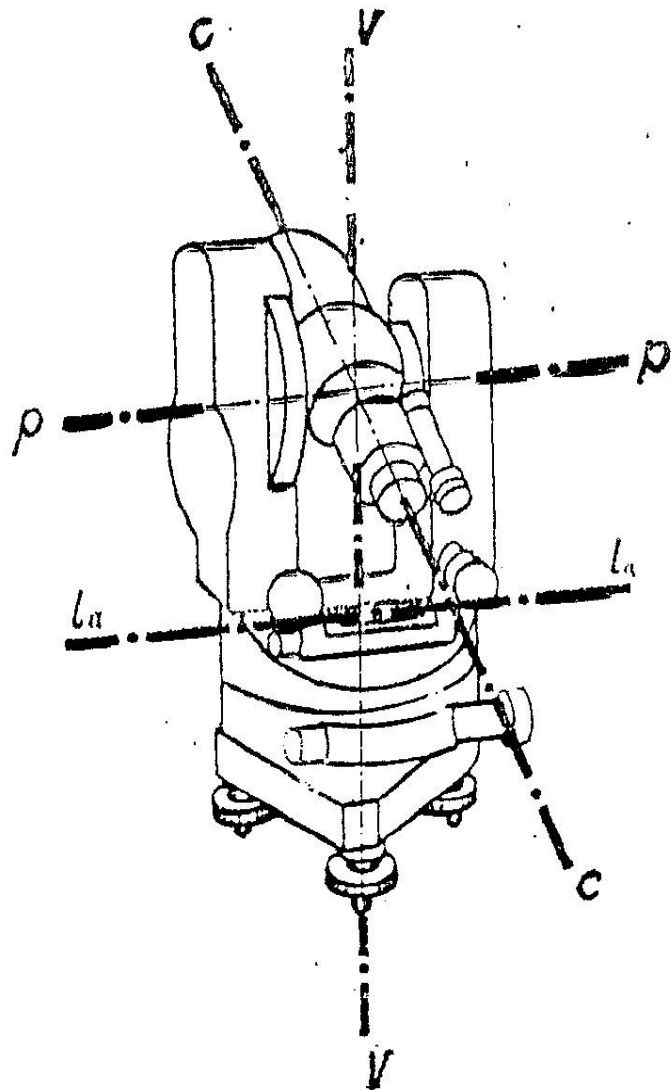
Poprawne wykonanie pomiaru teodolitem wymaga spełnienia jego podstawowych **warunków konstrukcyjnych**, tzn. odpowiednim położeniem względem siebie jego osi.

- Osie zdefiniowane w teodolicie:
- $Vv$  – oś obrotu instrumentu (prosta pionowa, wokół której obraca się instrument);
- $La$  – oś libeli alidadowej (prosta pozioma, styczna w punkcie górowania libeli);
- $Cc$  - oś celowa lunety (prosta przechodząca przez środek krzyża nitek i środek optyczny obiektywu);
- $Pp$  – oś obrotu lunety (prosta pozioma, wokół której obraca się luneta);

**Teodolit** ustawia się nad punktem , który jest wierzchołkiem mierzonego kąta tak, by pionowa oś obrotu instrumentu  $v$  przechodziła przez ten punkt. Do centrowania instrumentu używamy pionu sznurkowego, drążkowego lub optycznego.

Niespełnienie warunków geometrycznych powoduje powstawanie błędów instrumentalnych (systematycznych), które mają wpływ na dokładność pomiaru kąta.

### Warunki geometryczne i błędy instrumentalne



1.  $vv \perp la$  - błąd libeli  $\alpha$
2.  $pp \perp cc$  - błąd kolimacyjny  $\alpha$
3.  $pp \perp vv$  - błąd inklinacyjny  $\gamma$
4. - błąd ustawienia kresek siatki celowniczej
5. - mimośród osi celowej
6. - mimośród alidady
7. - błąd podziałki limbusa
8.  $cc \parallel l_n$  - błąd położenia libeli niwelacyjnej
9. - błąd indeksu kąta pionowego



W prawidłowo **zrektyfikowanym** teodolicie osie powinny spełniać warunki prostopadłości:

**a) warunek libeli alidadowej:** l-l pr.vv

Warunek ten sprawdzamy poziomując libelę rurkową alidady śrubami ustawczymi, na dwóch kierunkach wzajemnie prostopadłych. To **warunek konieczny** dla prawidłowego pomiaru kątów.

**b) warunek kolimacji:** pp pr. cc

**c) warunek inklinacji:** pp pr. vv

**d) warunek kręgu pionowego:** oKL + oKP = 400g/ 360st.

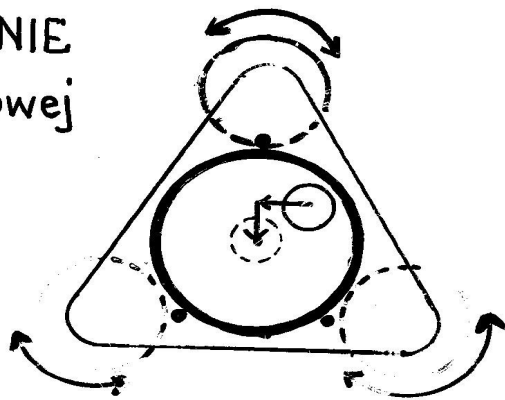
tzn. przy poziomo ustawionej lunecie oś spoziomowanej libeli kolimacyjnej powinna być równoległa do osi celowej.

**By uzyskać poprawny wynik pomiaru należy spełnić warunek libeli alidadowej i jednocześnie wykonać pomiary kątów w dwóch położeniach lunety.**

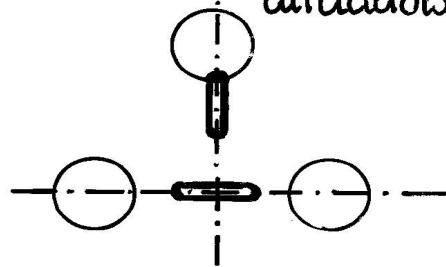
Układ osi geometrycznych w tachimetrach elektronicznych jest taki sam jak w teodolitach a nowoczesna ich konstrukcja gwarantuje spełnienie w/w warunków geometrycznych.

# POZIOMOWANIE

l. pudełkowej



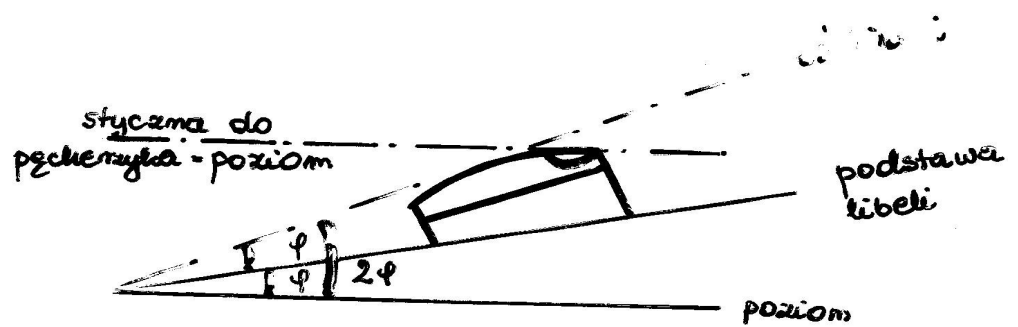
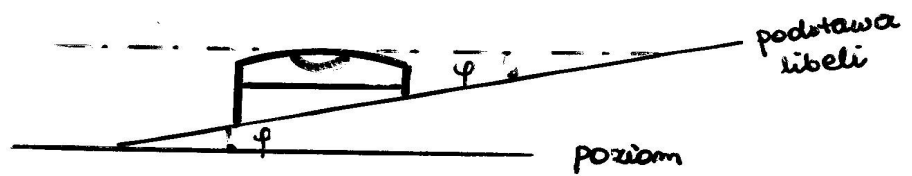
l. rurkowej - alidadowej



# REKTYFIKACJA bk. instrumentalnego

$vv \perp la$

odśrodek



Wpływ bk. libeli  $\varphi$  na pomiar kierunku poziomego:

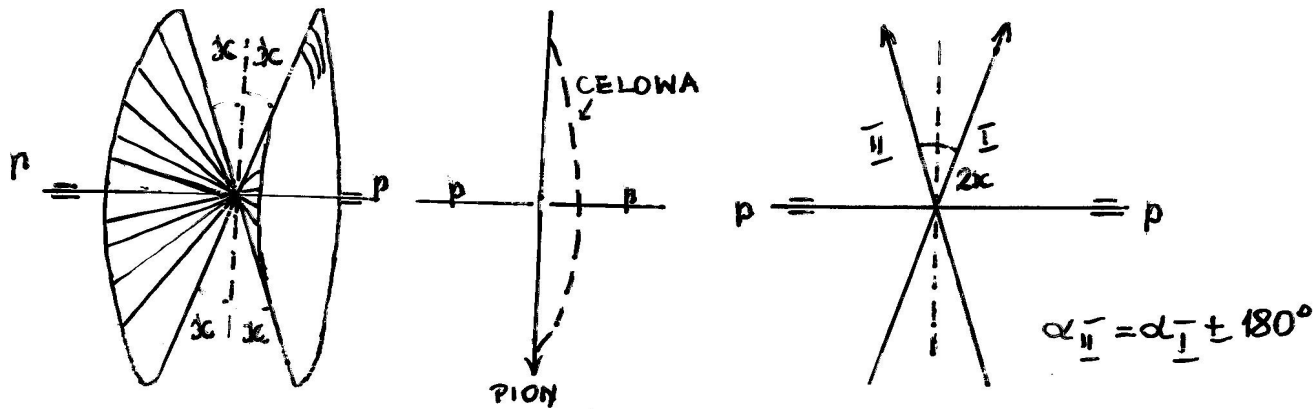
$$\underline{\varepsilon_{\varphi} = \varphi \cdot \operatorname{tg} h \cdot \sin \alpha}$$

$\varphi$  - odchylenie osi w od pionu

$h$  - nachylenie osi celowej  $cc$

$\alpha$  - kąt między pł. celowa, a kierunkiem odchylenia  $vv$

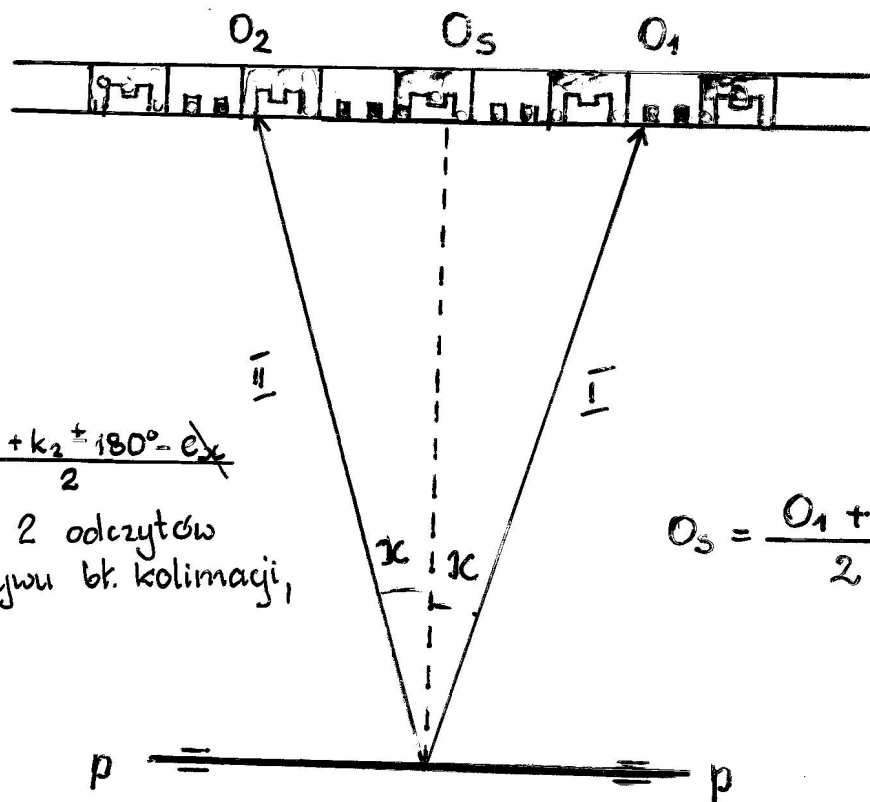
SPRAWDZENIE bk. KOLIMACJI cc  $\perp$  pp • P



WPLYW bk. kolimacji na pomiar kierunku:  
 $\alpha$  - kąt odchylenia osi cc od pionu  
 $h$  - kąt kolimacji

$$e_x = \frac{x}{\cosh} \quad \text{dla } h=0^\circ \quad \cosh=1$$

$$\alpha_{II} = \alpha_I \pm 180^\circ$$



$$\alpha_I = k_1 + e_x$$

$$\alpha_{II} = k_2 \pm 180^\circ - e_x$$

$$\alpha = \frac{\alpha_I + \alpha_{II}}{2} = \frac{k_1 + \cancel{e_x} + k_2 \pm 180^\circ - \cancel{e_x}}{2}$$

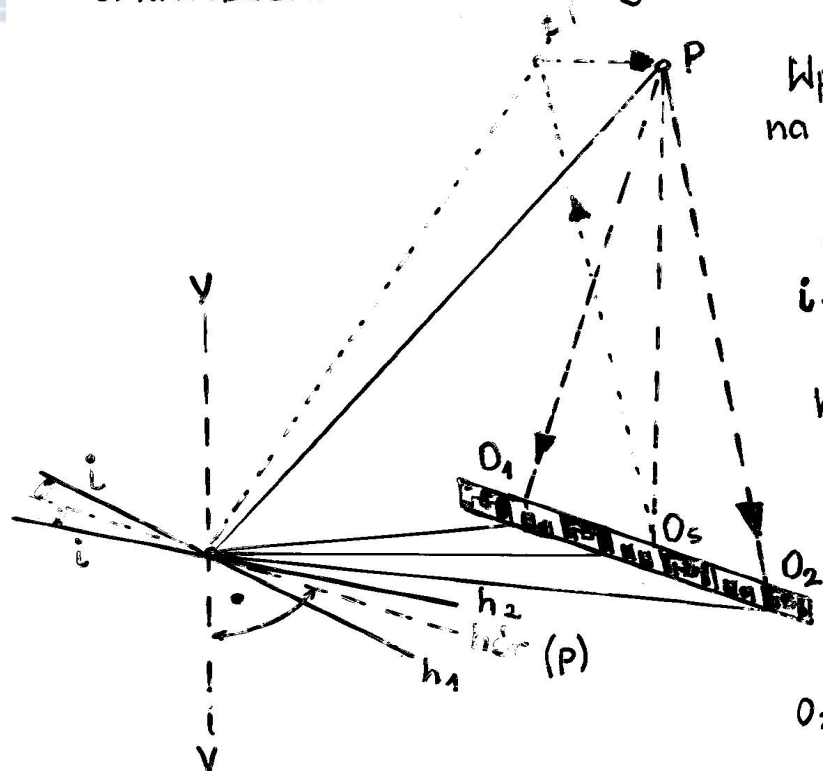
- sr. arytmetyczna z 2 odczytów jest wolna od wpływu bk. kolimacji,

$$O_5 = \frac{O_1 + O_2}{2}$$

$$\alpha_{II} = \alpha_I \pm 180^\circ$$

REKTYFIKACJA - przesunięcie + siatki celowniczej

# SPRAWDZENIE bk. INKLINACJI



Wpływ bk. inklinacji  
na pomiar  $\neq$  poziomu:

$$\varepsilon_i = i \operatorname{tgh}$$

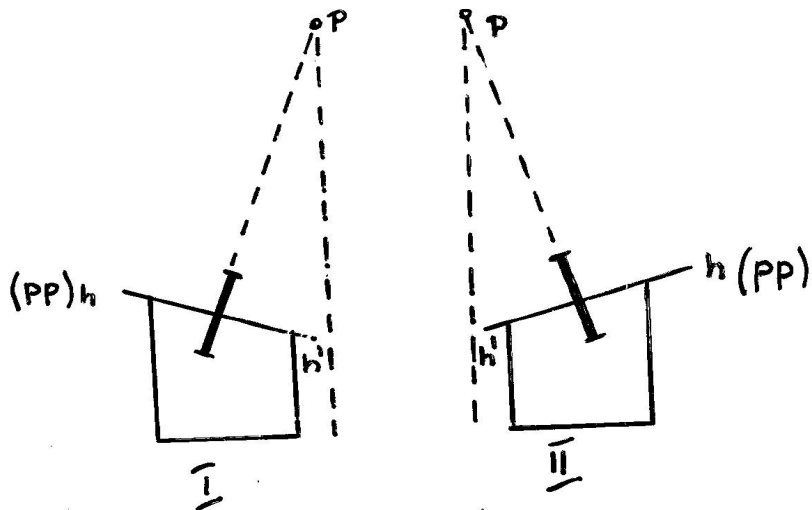
$i$  - kąt nachylenia osi pp  
do poziomu

$h$  - kąt nachylenia osi cc

dla  $h = 0^\circ \rightarrow \operatorname{tgh} = 0$

$$O_3 = \frac{O_1 + O_2}{2}$$

$$O_2 - O_1 \leq 2 \div 3 \text{ mm}$$



REKTYFIKACJA - podnoszenie  
lub obniżenie osi obrotu  
PP w koźyaku

Wpływ większości błędów instrumentalnych na pomiar kąta eliminujemy stosując odpowiednią metodę pomiaru. Nie da się uniknąć błędu niewypoziomowania Limbusa, będzie on rósł wraz z kątem pochylenia osi celowania.

Wpływ niepoziomowości płaszczyzny limbuse na odczyt kierunku na limbuse można wyrazić następującym wzorem:

$$m_v = v \operatorname{tg} \beta \sin \alpha \quad (3.52)$$

gdzie

- $v$  – wychylenie osi obrotu alidady od pionu (odchylenie płaszczyzny limbuse od poziomu),
- $\beta$  – nachylenie (kąt pionowy) osi celowej przy skierowaniu lunety na określony cel,
- $\alpha$  – kąt dwuścienny zawarty pomiędzy płaszczyzną, w której leży pion i wychylna oś obrotu alidady, a płaszczyzną celowania.

Wpływu niespoziomowania teodolitu na wyniki pomiaru nie można wyeliminować w inny sposób. Jak wynika z powyższego wzoru, błąd ten będzie tym większy, im większy będzie kąt pionowy obserwacji – dodatni lub ujemny –  $\beta$ . W niesprzyjających warunkach, jeżeli  $\beta = 45^\circ$  oraz  $\alpha = 90^\circ$  lub  $270^\circ$ ,  $m_v$  może osiągnąć wartość  $v$  równą niespoziomowaniu instrumentu. Dla małych kątów pionowych, np. dla  $\beta = 3^\circ$ ,  $m_v = 0,05v$ .

- Metody pomiaru kątów poziomych i pionowych.

**Metody pomiaru kątów poziomych** najczęściej stosowane w budownictwie:

1) Metoda kierunkowa;

2) Metoda pojedynczego kąta tzw. zwyczajna;

3) Metoda repetycyjna.

- **Wspólne zespoły czynności:**

- centrowanie teodolitu nad wierzchołkiem kąta (dokładność czynności zależy od rodzaju użytego pionu),

- centrowanie sygnałów na ramionach kąta (dokł. do 5mm),

- poziomowanie teodolitu (pionowanie jego osi),

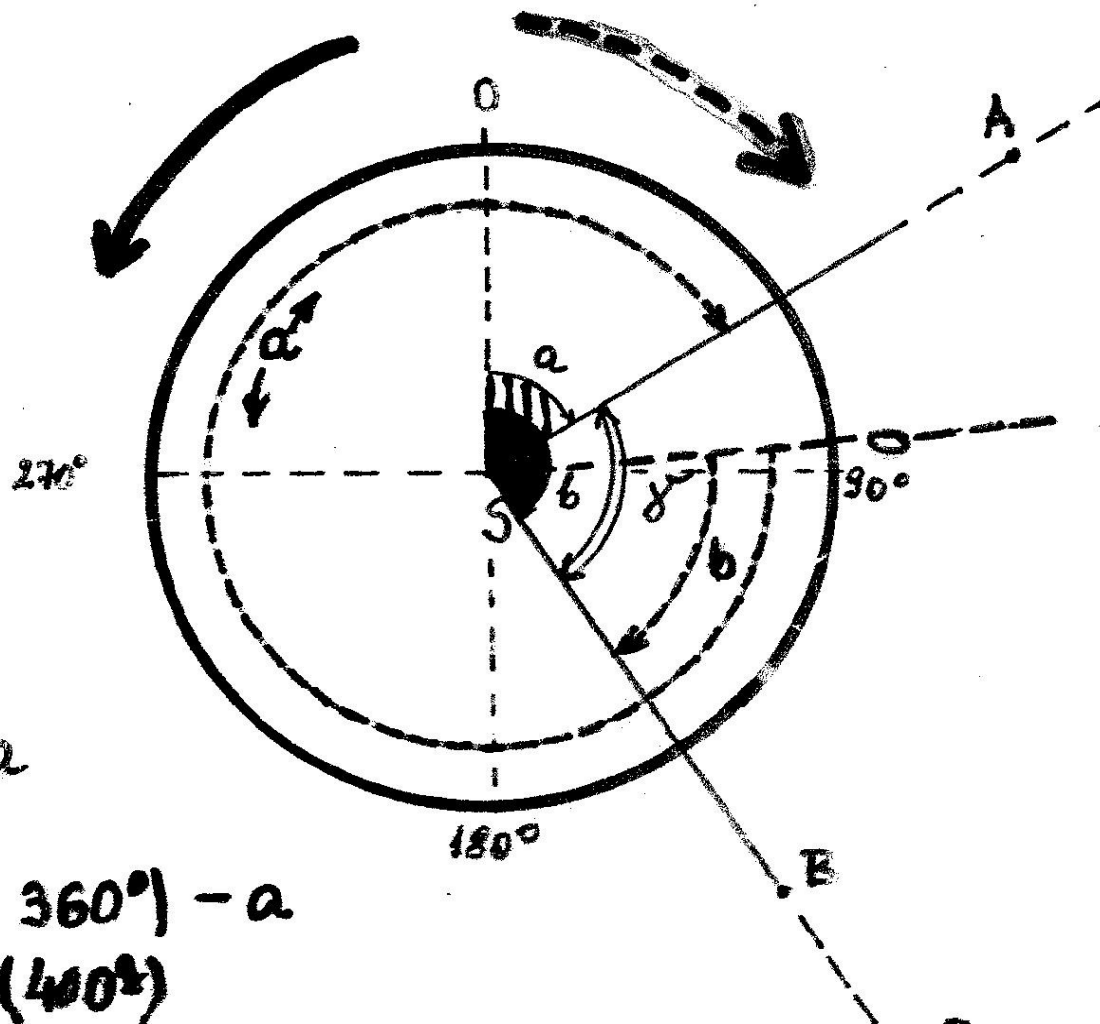
- dwukrotne celowanie na mierzony kierunek (ramię kąta),

- wykonanie odczytów z koła poziomego KH i ich zapis w dzienniku pomiaru,

- obliczenie wartości kątów.

# Pomiar kąta poziomego metodą zwyczajną (pojedynczego kąta)

POMIAR KĄTA POZIOMEGO



$$\gamma = b - a$$

$$\gamma = (b + 360^\circ) - a$$

(400<sup>g</sup>)



## Czynności pomiarowe:

- centrujemy teodolit (za pomocą pionu) nad wierzchołkiem kąta i poziomujemy instrument (warunek libeli alidadowej),
- ustawiamy lunetę w I poł. **KL** i celujemy na kierunek lewy,
- obracamy instrument i celujemy na kierunek prawy,
- przechodzimy do II położenia lunety- **KP**,
- pomiar zaczynamy od kierunku prawego, przechodząc następnie do pomiaru kierunku lewego,
- odczytu dokonujemy z koła poziomego (**Horyzontalnego**),
- dla każdego kierunku stosujemy podwójne nacelowanie na punkt obliczając ich wartość średnią,
- wszystkie dane i obliczenia zapisujemy w dzienniku,
- kąt z KL obliczamy jako różnicę kierunków:  $kP - kL$
- kąt z KP obliczamy jako różnicę kierunków:  $kP - kL$
- ostateczna wartość kąta poziomego jest średnią arytmetyczną kątów z dwóch położen lunety.

## Pomiar kąta metodą kierunkową

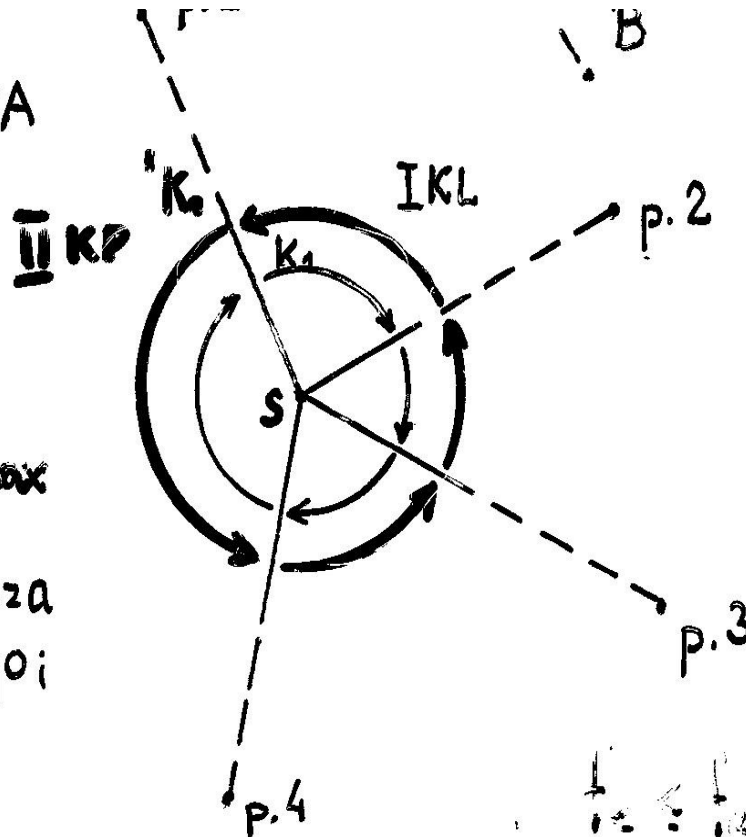
Stosujemy ją do pomiaru **kilku kątów** o wspólnym wierzchołku S i wykonujemy najczęściej w kilku seriach: S1-(IKL): pomiar zaczynamy i kończymy na tym samym kierunku (o najdłuższej celowej), obracając instrument w prawo. (IIKP): pomiar przebiega analogicznie ale obrót instrumentu wykonujemy w lewo. Uśredniamy wartości tych samych kierunków lub później kątów.

### METODA KIERUNKOWA

$$\alpha_i = k_{n+1} - k_n$$

$$k_1 - k_1' \leq \pm t \sqrt{n} = f_{\alpha \max}$$

t - dokł. nominalna noniusza systemu odczytowego;  
n - liczba kierunków;



$$k_1' = k_1 + 200^\circ$$

$$\sum \alpha_{n_t} = 400^\circ (360^\circ)$$

$$f_{\alpha} = \frac{\sum \alpha_t - \sum \alpha_p}{n}$$

Teodolit zaopatrzony jest w koło pionowe **KV** tzw. wierzchołkowe. Jest ono na stałe połączone z lunetą, stąd przy pochylaniu lunety limbus obraca się wokół osi pp. Alidadę stanowi tu wskaźnik osadzony nieruchomo, połączony z libelą kolimacyjną (In ma dużą czułość, służy do wyznaczenia prostej poziomej przechodzącej przez wskaźnik alidady i środek KV).

- **Nowoczesne tachimetry zamiast libeli kolimacyjnej posiadają tzw. system kompensacyjny, który automatycznie ustawia indeks KV w poziomie.**

**Kąt pionowy, to pomiar jednego kierunku na cel, drugi kierunek jest stały, wyznacza go prosta pozioma przechodząca przez środek KV, II do osi In.**

- **Błąd indeksu (miejsca zera) - jest to mały kąt pionowy zawarty między prostą poziomą II do In a prostą wyznaczoną przez wskaźniki alidady, przy wypoziomowanej libeli kolimacyjnej. Wykrywamy go i wyznaczamy za pomocą pomiaru kąta pionowego w dwóch położeniach lunety.**

**Pomiar i sposób obliczenia kąta pionowego** zależy od opisu kręgu pionowego (**KV**) np. połówkowy, zenitalny ciągły..itp.

**Czynności przy pomiarze kąta pionowego:**

- centrujemy instrument nad punktem (wierzchołkiem kąta) i poziomujemy płaszczyznę alidady,
  - ustawiamy **KL** i celujemy na wybrany kierunek,
- poziomujemy **libelę kolimacyjną KV** i dokonujemy odczytu z koła pionowego,
- przechodzimy do drugiego położenia lunety **KP**, ponownie poziomujemy libelę kolimacyjną, dokonujemy odczytu z **KV** (podwójne nacelowanie),
- obliczamy wartości kąta pionowego z dwóch położen lunety w oparciu o odpowiednie wzory.

Kąt pionowy (pochylenia) przyjmuje wartości **dodatnie lub ujemne**.

**Kąt zenitalny** jest dopełnieniem kąta pionowego, jest mierzony od zenitu do kierunku na punkt, dodatni !

$$\varphi = KP - i, \quad (2.11)$$

a przy kole lewym (*KL*)

$$180^\circ - \varphi = KL - i, \quad (2.12)$$

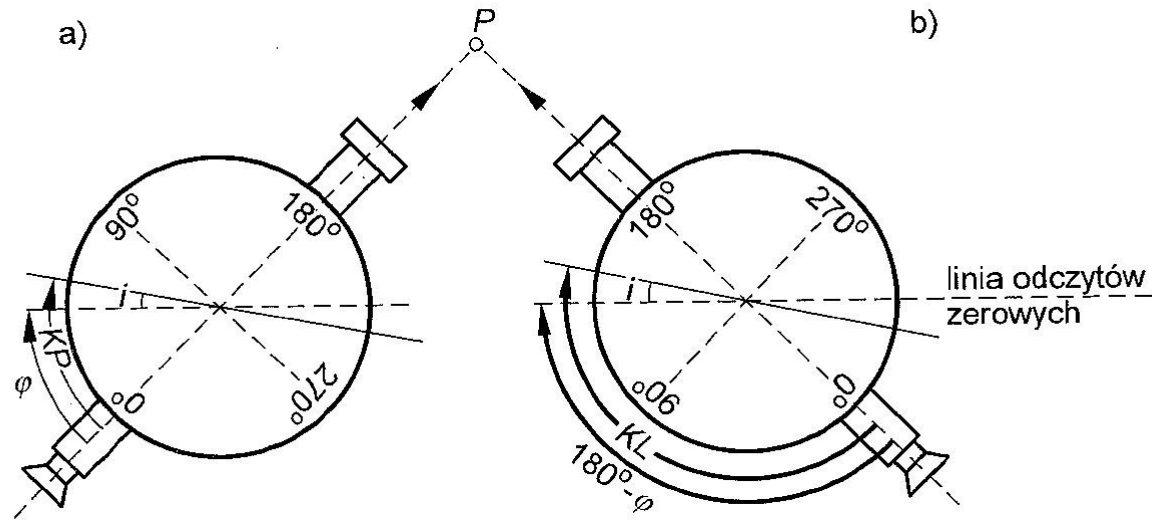
Z różnicy tych równań otrzymamy prawdziwą wielkość mierzonego kąta  $\varphi$

$$\varphi = \frac{KP - KL}{2} + 90^\circ, \quad (2.13)$$

a z sumy — wartość błędu indeksu  $i$

$$i = \frac{KP + KL}{2} - 90^\circ. \quad (2.14)$$

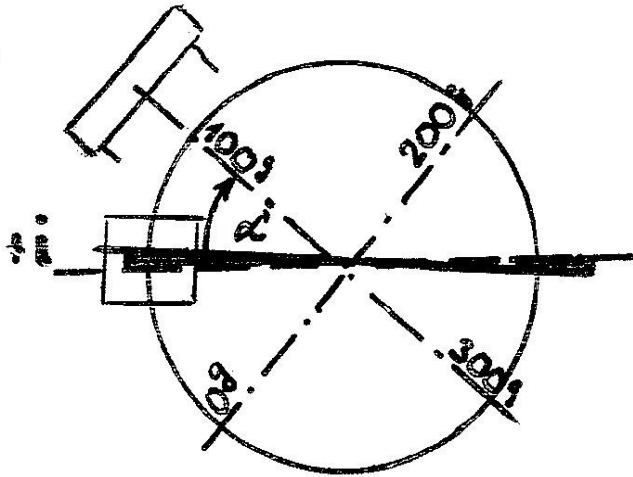
Wzory te odnoszą się zarówno do dodatnich, jak i ujemnych wartości kąta  $\varphi$ ,



**Rys. 2.22.** Podział ciągły prawy od 0° do 360°: a) pierwsze położenie lunety przy kole prawym (*KP*), b) drugie położenie lunety przy kole lewym (*KL*)

# OBLICZENIE WARTOŚCI KĄTA PIONOWEGO I BK. INDEKSU teodolit T30 P20

KL

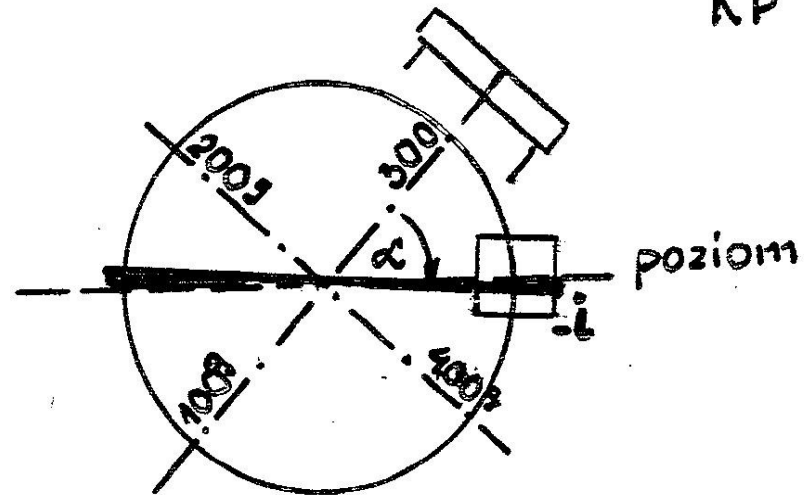


$$\textcircled{1} \quad \alpha - i = 100^\circ - O_{KL}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \quad 2i = O_{KP} + O_{KL} - 400^\circ \quad | :2$$

$$i = \frac{O_{KP} + O_{KL}}{2} - 200^\circ$$

KP



$$\textcircled{2} \quad \alpha + i = O_{KP} - 300^\circ$$

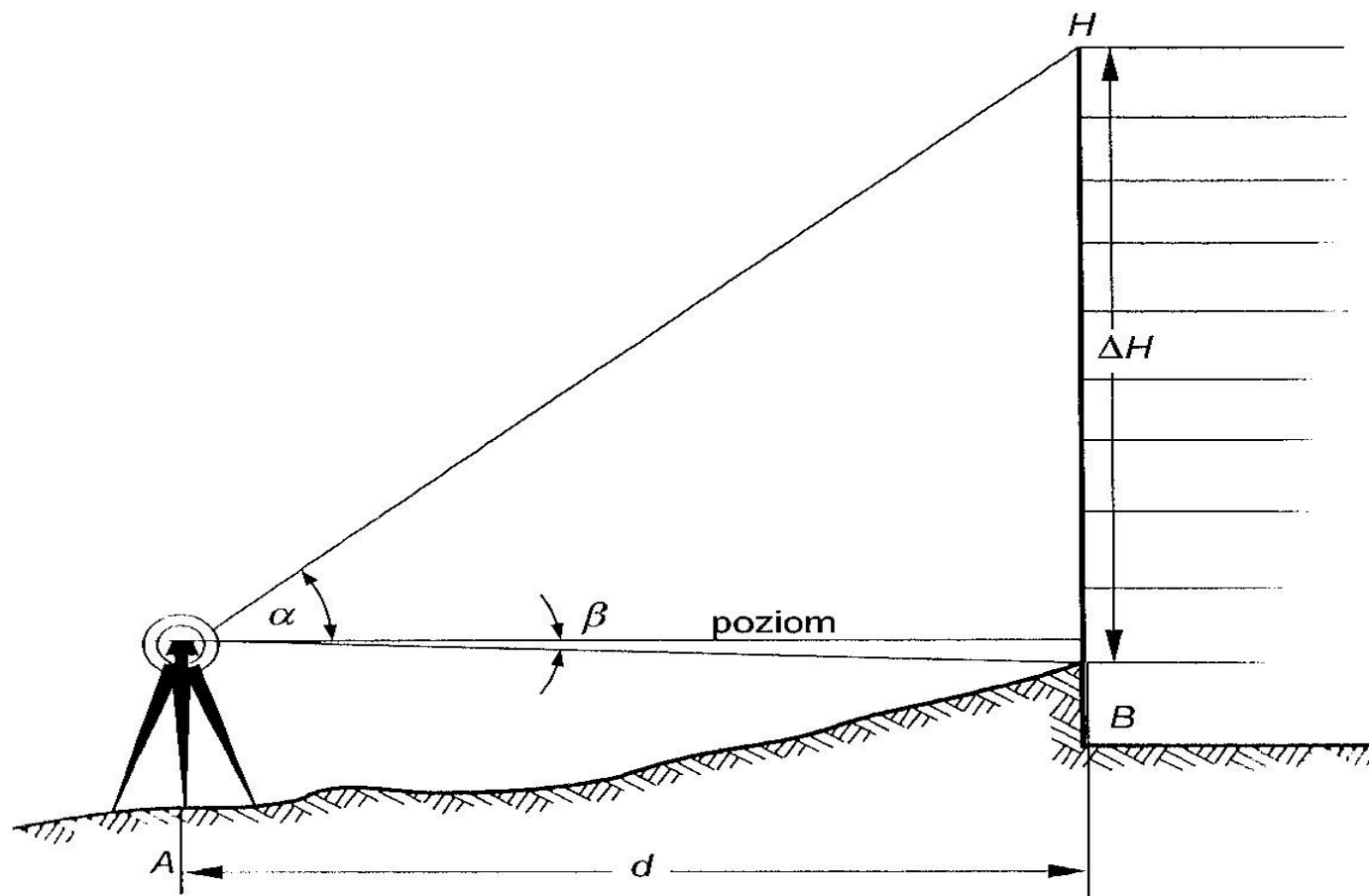
$$\textcircled{2} + \textcircled{1} \quad 2\alpha = O_{KP} - O_{KL} - 200^\circ \quad | :2$$

$$\alpha = \frac{O_{KP} - O_{KL}}{2} - 100^\circ$$

Niwelacja trygonometryczna polega na wyznaczeniu różnicy wysokości  $\Delta H$  punktów na podstawie zmierzonej odległości poziomej oraz kąta pionowego. Łatwo ustalić na podstawie rys. 2.41, że różnica ta wynosi

$$\Delta H = d(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta),$$

gdzie:  $\Delta H$  — wysokość mierzonej budowli,  $d$  — odległość teodolitu od  $B$ ,  $\alpha$  i  $\beta$  — pomierzone kąty pionowe.



Rys. 2.41. Określenie wielkości  $\Delta H$ , gdy została zmierzona odległość  $d$  (od osi teodolitu)

**Pomiar sytuacyjny, to pomiar wielkości liniowych i kątowych.** Wykorzystujemy je bezpośrednio, lub na ich podstawie wyliczamy współrzędne punktów np..osnowy, szczegółów sytuacyjnych.

- **POMIARY LINIOWE**

Pomiar długości w terenie wykonuje się w celu określenia poziomej odległości między punktami. Dzielimy je na: **1)bezpośrednie** – polega na wielokrotnym odkładaniu przymiaru wzdłuż mierzonego odcinka lub stosowaniu dalmierzy, **2)pośrednie** – mierzymy wielkości na podstawie których pośrednio wyznaczamy szukaną długość.

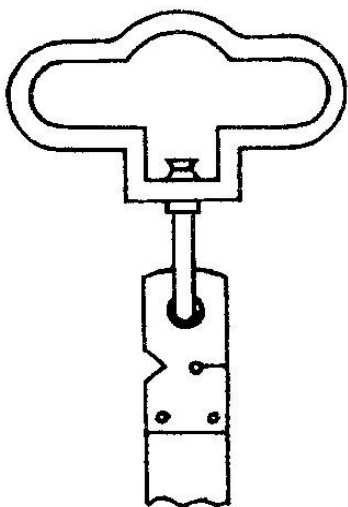
Do pomiarów bezpośrednich służą: taśmy i ruletki stalowe, druty inwarowe, dalmierze optyczne lub elektroniczne.

**Taśma stalowa-** sporządzona ze stali sprężystej, dł.20m,30m lub 50m, ma podział decymetrowy, każde 0,5m oznaczone jest nitami a pełne metry blaszką z opisem (opis dwustronny, jednokierunkowy). Na uchwytych służących do jej naciągania wyryte są indeksy (początkowy i końcowy). Do taśmy jest dołączony komplet szpilek (znaczymy odłożenia taśmy).

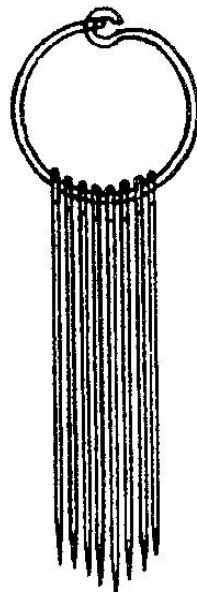


Każdy przymiar ma swoją **rzeczywistą** długość, która różni się od tzw. długości **nominalnej** (stałej). Stąd, przed pomiarem należy ustalić i wprowadzić tzw. **poprawkę komparacyjną**. Czynność tą wykonuje PKNMiJ (możemy porównać przymiar z wzorcowym!).

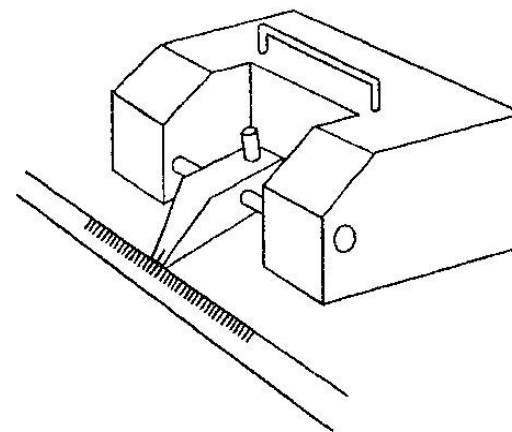
Przy dokładniejszych pomiarach stosuje się specjalne wskaźniki. (Taśmę przechowujemy na metalowej obręczy).



**RYSUNEK 3.2.**  
Uchwyt taśmy stalowej

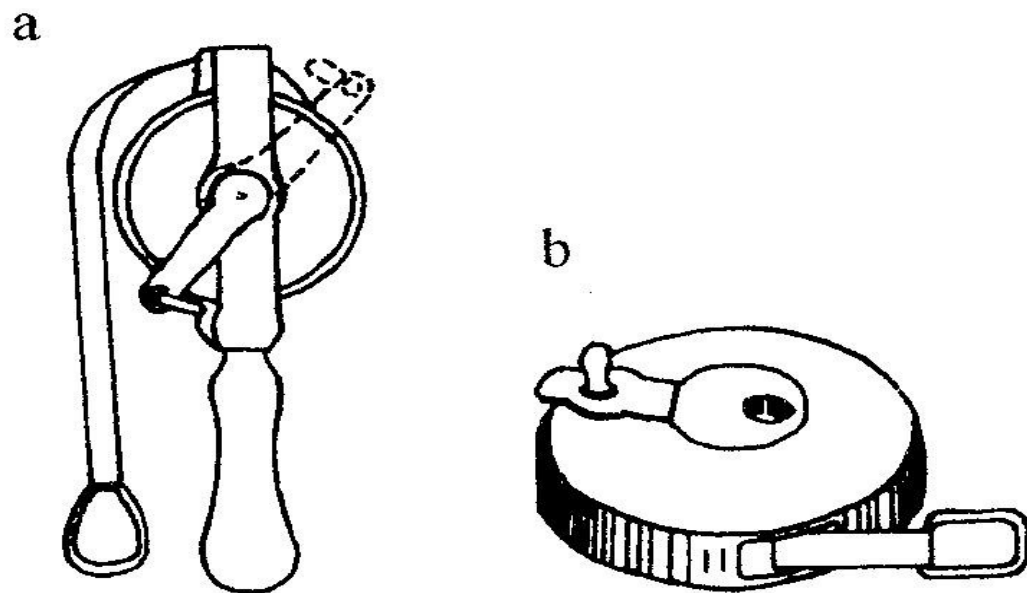


**RYSUNEK 3.3.** Szpilki stalowe  
do pomiaru długości taśmą



**RYSUNEK 3.4.** Wskaźnik do  
pomiaru długości taśmą

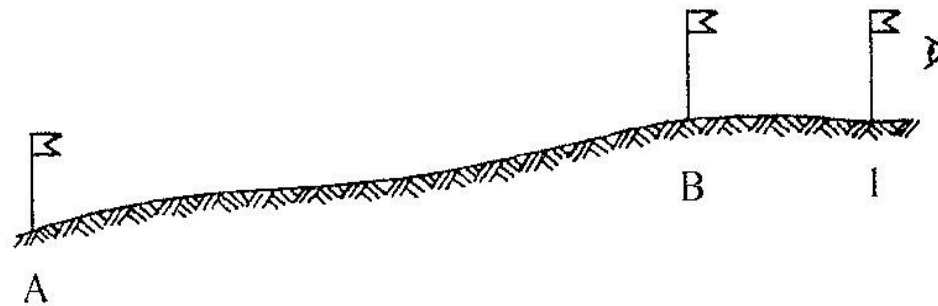
**Ruletki** to taśmy stalowe lub z tworzywa (wzmocnionego włóknem szklanym), zwijane, mają różne długości: 10m, 15m, 20m, 25m lub 50m. Mają podział centymetrowy, używane są do pomiaru szczegółów sytuacyjnych metodą domiarów prostokątnych.



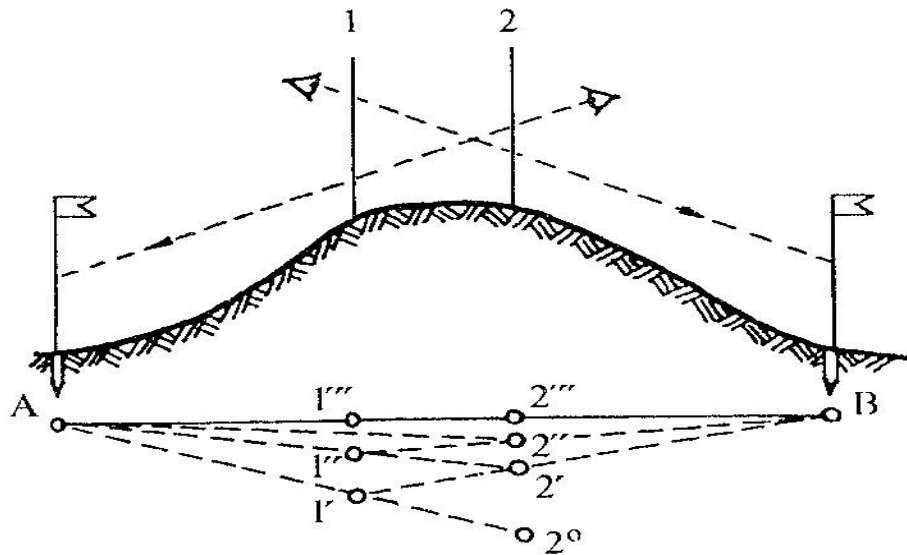
**RYСУNEK 3.5.** Ruletki geodezyjne: a – na widełkach, b – w futerale

Pomiar długości poprzedzony jest czynnością **tyczenia prostej** tzn. wyznaczenia płaszczyzny pionowej przechodzącej przez punkty początkowy i końcowy odcinka. Tyczenie linii polega na ustawieniu tyczek geodezyjnych w punktach pośrednich w odległościach  $< 100\text{m}$  (boki do  $500\text{m}$  tyczymy „gołym okiem”).

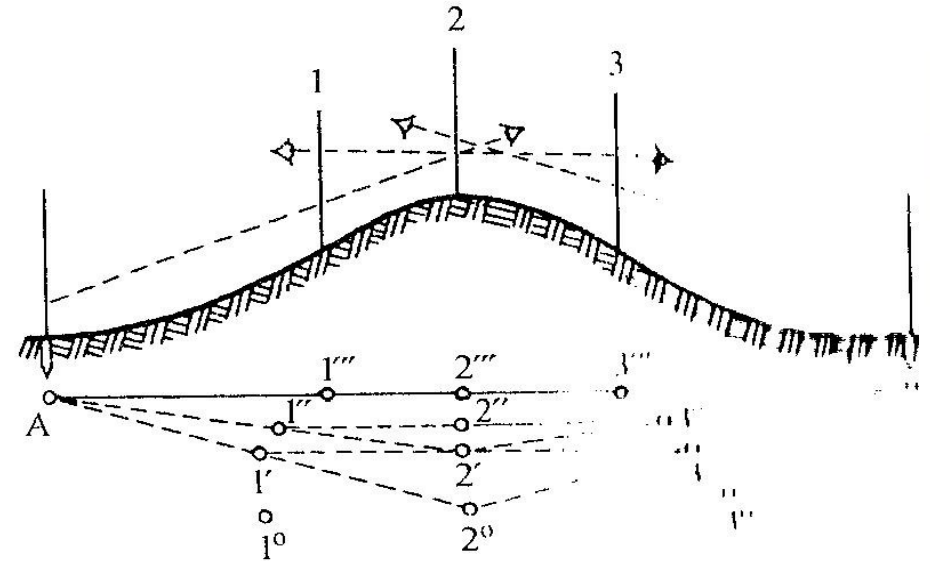
- **Różne przypadki tyczenia linii:**



**RYСУNEK 3.8.** Tyczenie przedłużenia linii  $AB$



**RYСУNEK 3.9.** Tyczenie linii między niewidocznymi wzajemnie punktami  $A$  i  $B$  przy użyciu dwóch tyczek dodatkowych



**RYСУNEK 3.10.** Tyczenie linii między niewidocznymi wzajemnie punktami  $A$  i  $B$  przy użyciu trzech tyczek dodatkowych

## Tyczenie krótkich odcinków prostych < 500m

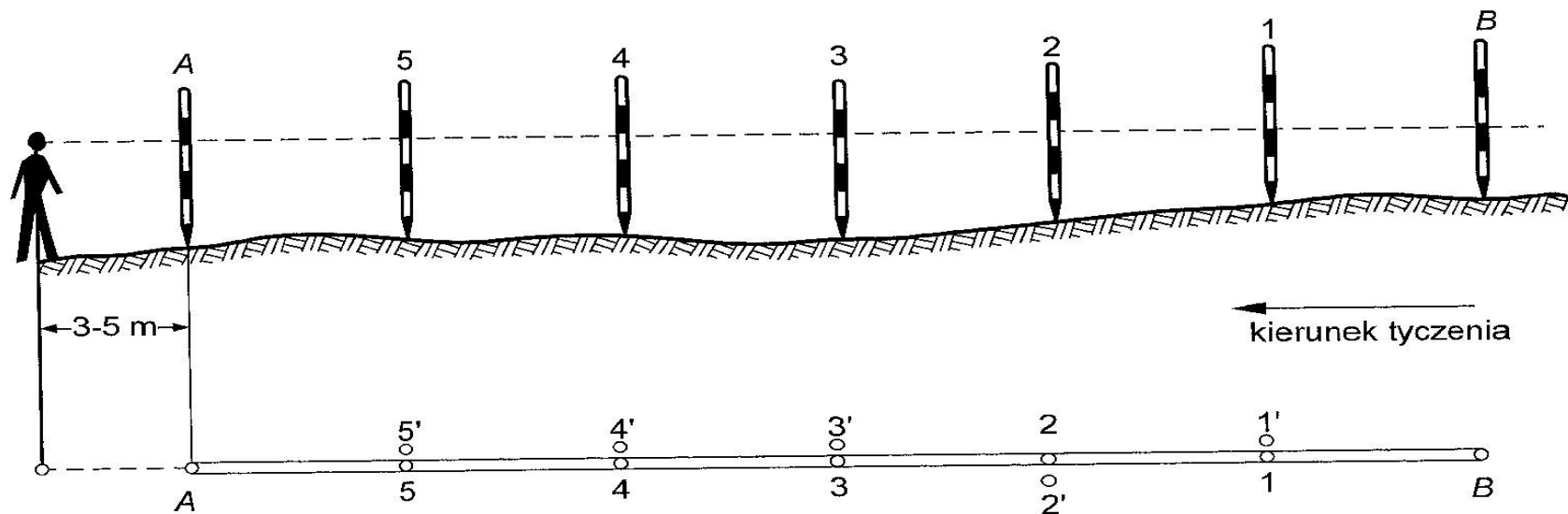
**Tyczenie linii** to ustawienie min.3 tyczek geodezyjnych w jednej płaszczyźnie pionowej przechodzącej przez wytyczaną linię.

Wprowadzenie w tym celu tyczki trzeciej (i dalszych )można wykonać kilkoma metodami:

**a) „w przód”**- polega na ustawieniu dodatkowych tyczek między dwie stojące na p.A i p.B odcinka AB. Obserwator sygnalizuje pomiarowemu (metodą kolejnych przybliżeń),gdzie ma ustawić trzecią tyczkę (obraz 3 tyczek pokrywa się). Na wyznaczonej prostej mierzymy długość boku AB taśmą stalową.

**b) „na siebie”**- polega na przedłużeniu boku (max. o 1/3 długości), tyczka ustawiona na przedłużeniu pokrywa się z tyczkami w p.Ai B

**c) „ze środka”**- polega na ustawianiu naprzemiennie, metodą tyczenia „w przód” dwóch dodatkowych tyczek do chwili, gdy wszystkie cztery znajdą się w linii.(stosujemy przy tyczeniu przez górkę,dolinkę lub gdy punkty A,B leżą w płaszczyźnie elewacji).



Rys. 2.5. Tyczenie prostej

- Długość boku obliczymy:  $AB = D = n \cdot d + a$

### Pomiar długości w terenie płaskim

Na punktach końcowych mierzonego odcinka, a także na punktach pośrednich wytyczonych, znajdujących się w odległości około 100 m, ustawiamy tyczki. Szczegółowy sposób pomiaru zależy od ukształtowania terenu. Pomiar długości taśmą stalową pokazano schematycznie na rysunku 3.13.



RYSUNEK 3.13. Schemat pomiaru długości taśmą

## Pomiar długości w terenie pochyłym

Jeżeli teren ma jednostajny spadek na całej długości między punktami  $A$  i  $B$  (rys. 3.15), to najłatwiej jest zmierzyć odległość tych punktów wzdłuż linii pochyłej w taki sposób, jak opisano wcześniej. Jednocześnie należy wykonać pomiary kąta pochyle-  
nia terenu do poziomu  $\alpha$  i obliczyć rzut zmierzonej długości na płaszczyznę poziomą za pomocą wzoru:

$$d_o = d \cos \alpha \quad (3.2)$$

Realizacja wzoru jest szybka, jeżeli posługujemy się kalkulatorem z funkcjami. Można też korzystać z poniższego wzoru:

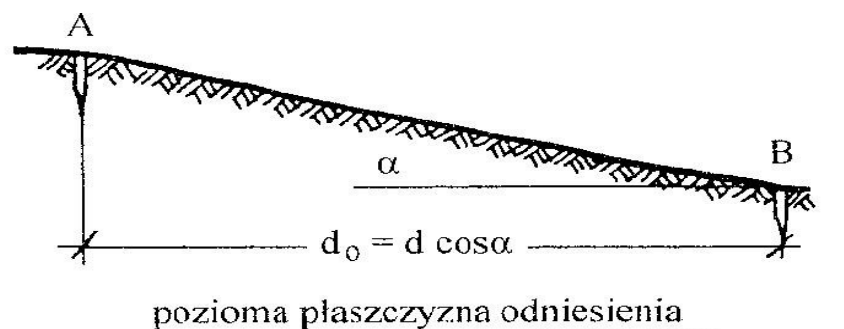
$$d_o = d - r \quad (3.3)$$

gdzie

$$r = 2d \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \quad (3.4)$$

$\alpha$  – kąt pochyle-  
nia terenu,

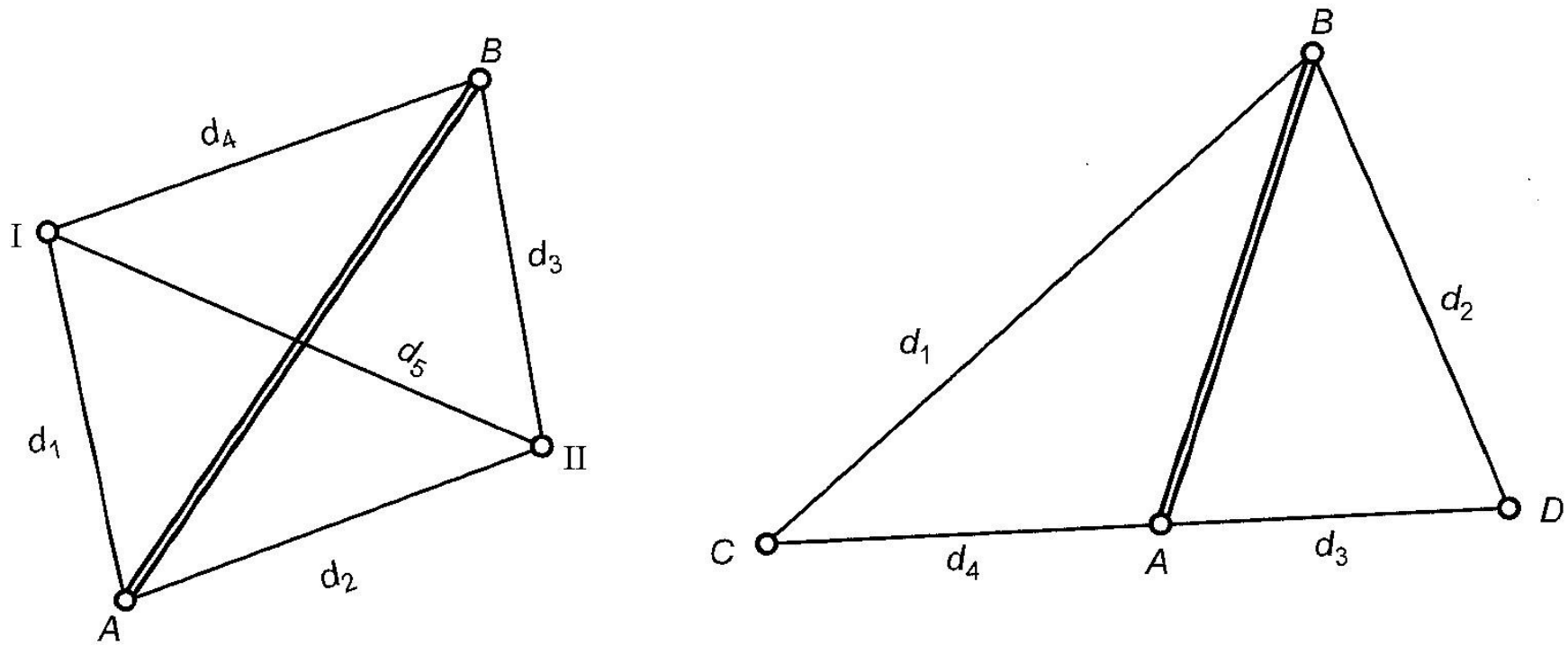
$d$  – długość zmierzona po pochyłości.



**RYСУNEK 3.15.** Pomiar długości w terenie nachylonym do poziomu

Aby obliczyć długość zredukowaną do poziomu, od długości zmierzonej należy odjąć poprawkę  $r$ .

Jeżeli teren zmienia kąt pochyle-  
nia wzdłuż linii mierzonej, należy zmierzyć  
długości odcinków o jednostajnym pochyle-  
niu i zredukować każdy odcinek do po-  
ziomu. Suma wszystkich zredukowanych  
odcinków będzie długością odcinka  $AB$   
(rys. 3.16)



**Rys. 2.4.** Pośredni pomiar odległości: a) Przykład 1. Bok  $AB$  — niedostępny,  $I-II$ ,  $I-B$ ,  $II-B$ ,  $I-A$ ,  $II-A$  — dostępne, b) Przykład 2. Bok  $AB$  — niedostępny, przy czym punkt  $A$  leży na dostępnym boku  $DC$ , boki:  $DC$ ,  $CB$ ,  $BD$  — dostępne

**Przykład 1.** Na podstawie zmierzonych długości  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$ ,  $d_5$  obliczamy współrzędne punktów  $I$ ,  $II$ ,  $A$ ,  $B$  w dowolnie przyjętym lokalnym układzie współrzędnych. Ostateczną długość boku  $AB$  obliczamy ze współrzędnych punktów  $A$  i  $B$ .

**Przykład 2.** Na podstawie zmierzonych długości  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$  należy obliczyć współrzędne punktów  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  w lokalnie przyjętym układzie współrzędnych. Długość  $AB$  oblicza się ze współrzędnych punktów  $A$  i  $B$ .

## **Błędy przy pomiarze długości taśmą mają charakter błędów systematycznych i przypadkowych.**

### **Błędy systematyczne:**

- błąd komparacji taśmy,
- błąd zmiany długości taśmy pod wpływem temperatury,
- błąd zmiany długości taśmy z powodu stałego naciągu,
- błąd nieukładania taśmy w wytyczonej linii,
- błąd odchylenia taśmy od poziomu,
- błąd spowodowany „zwisem” taśmy...itp.

### **Błędy przypadkowe:**

- błąd wyznaczenia początku i końca taśmy,
- błąd odpionowania taśmy (pomiar schodkowy),
- błąd odczytu końcowego.

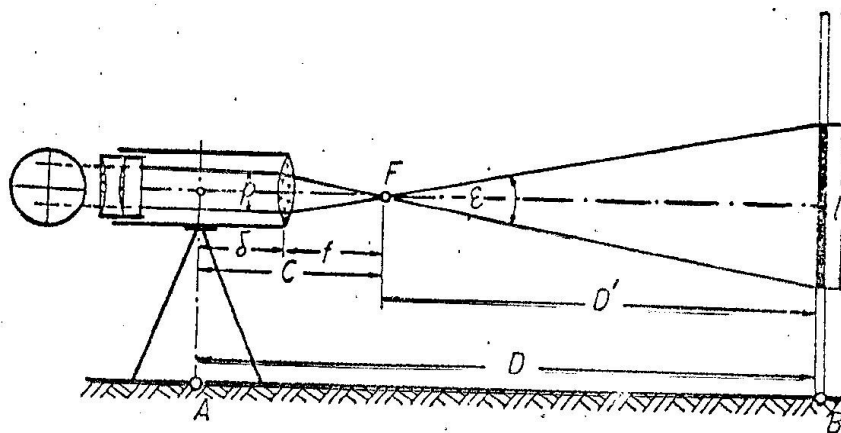
**Błędy systematyczne w większości sumują się i zawyżają wynik pomiaru. Sumaryczny błąd względny pomiaru długości boku taśmą wynosi 1:2000.**



**Pomiar bezpośredni długości boku taśmą jest pracochłonny i mało dokładny. Wraz z rozwojem techniki wprowadzono inne metody pomiaru.**

1) **Optyczny** pomiar odległości – do pomiaru służą **dalmierze optyczne** i łaty geodezyjne. W optyczne dalmierze kreskowe wyposażone są lunety teodolitów (tachimetrów) i niwelatorów. Dalmierz: dwie kreski poziome (g i d) umieszczone w równych odstępach wzgl. kreski środkowej, leżą one w płaszczyźnie siatki celowniczej.

*Dalmierz kreskowy – Reichenbacha*



Stąd:

$$D = D' + C = l \cdot \frac{f}{p} + (f + \delta) = l \cdot k + c$$

$f = \text{const.}$  (dł. ogniskowej)

$p = \text{const.}$  (rozstaw kresek dalmieryczych)

$$\text{ctg } \frac{\varepsilon}{2} = \frac{2f}{p}$$

$l$  - odczytane z łaty w p. B

$$D' = \frac{l}{2} \cdot \text{ctg } \frac{\varepsilon}{2} = \frac{l}{2} \cdot \frac{2f}{p} = l \cdot \frac{f}{p} = l \cdot k$$

stała

$$k = 100, \quad c = 0$$

$D$  - odl. pozioma przy poziomo ustawionej lunecie

## Istnieje wiele konstrukcji dalmierzy.

Dzielimy je na: **jednoobrazowe i dwuobrazowe.**

**1. Dalmierze jednoobrazowe** - mają prostą konstrukcję, umieszczone są w lunetach instrumentów geodezyjnych. Ich udoskonaleniem są **diagramowe dalmierze redukcyjne (autoredukcyjne)**, które automatycznie redukują nachylone odległości do poziomu. W lunetach z **soczewką ogniskującą** wprowadzono dodatkowy element optyczny i tak dobrano parametry (punkt analaktyczny w miejscu przecięcia  $v$  i  $c$ ) by stałe dalmiercze dla wzoru na obliczenie odległości poziomej  **$D = kx + c$**  gdzie  $l = g - d$  wyniosły:  **$c = 0$   $k = 100$**

W **dalmierzach diagramowych** poziome kreski dalmiercze zastąpiono krzywymi a odstęp między nimi zmienia się wraz z kątem pochylenia lunety.

**2. Dalmierze dwuobrazowe** – są najbardziej udoskonaloną formą dalmierzy optycznych. Redukują automatycznie mierzoną długość do poziomu a ich dokładność przewyższa dokładność pomiaru taśmą (zasięg do 170m, wibracja obrazu).

**Elektroniczny pomiar odległości** wykorzystuje zjawisko prostoliniowego rozchodzenia się fal elektromagnetycznych ze stałą prędkością.

*Długością fali elektromagnetycznej –  $\lambda$  jest odległość, jaką ta fala przebywa w czasie jednego drgnięcia.*

$$\lambda_{(\text{w metrach})} = \frac{v(\text{prędkość w metrach na sekundę})}{f(\text{liczba drgnięć na sekundę})}$$

$$\lambda = \frac{v}{s} \text{ (w metrach)} \quad (3.23)$$

W zależności od zastosowanych długości fal wyróżniamy trzy grupy dalmierzy:

- 1) Fale ultrakrótkie w zakresie dł.  $1\text{cm} < \lambda < 10\text{m}$  wykorzystują **dalmierze radarowe**, mała dokładność, stosujemy w nawigacji statków,
- 2) Fale centymetrowe w zakresie dł.  $1\text{cm} < \lambda < 3\text{cm}$  wykorzystują **dalmierze radiowe**.
- 3) Fale o dł.  $<$  od mikrometra (światłne widzialne i z zakresu bliskiej podczerwieni) to dalmierze **elektrooptyczne lub świetlne**.

**Długość odcinka wyznaczamy jako iloczyn czasu przebiegu fali i jej prędkości  $d = vt$ .**

**W nowoczesnych dalmierzach** czynności odczytów przesunięć fazowych, zmian długości fali, obliczania długości itp..wykonywane są automatycznie i wyświetlane w okienku systemu odczytowego.

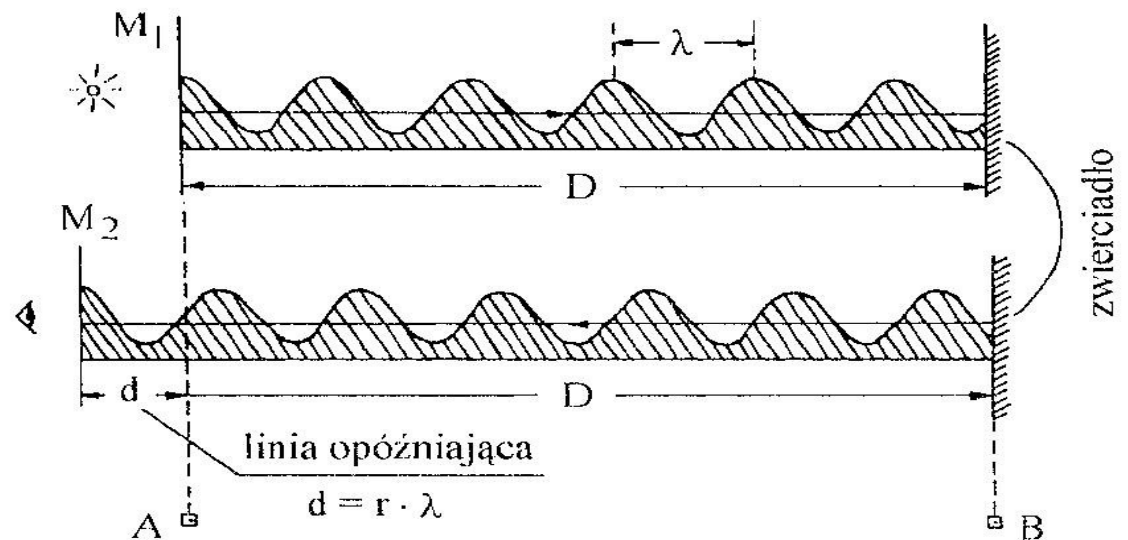
**Dalmierz świetlny** - składa się z instrumentu i zwierciadła. Wytwarza silny strumień światła skierowany na zwierciadło, które odbija światło i kieruje do instrumentu. Natężenie jasności (pełny cykl zmian jasności to dł. fali wzorcowej-  $j$ ) fali modulowanej automatycznie, z częstotliwością podobną do zmian natężenia fali elektromagnetycznej (fali radiowej) powoduje, że zasady działania tych dalmierzy są podobne.  $D$  jest funkcją dł. fal.

$$D = \frac{1}{2} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

$$2D = n_1 \lambda_1$$

$$2D = n_2 \lambda_2$$

$$n_2 = n_1 + 1$$



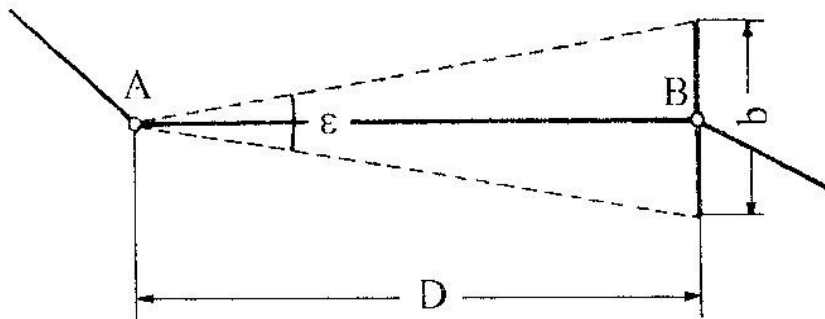
**RYSunEK 3.31.** Przebieg fali świetlnej: fotokomórka odbiera pośrednie natężenie światła

**Dalmierze radiowe jak i świetlne** stosowane są w pomiarach geodezyjnych, ich dokładność pomiaru dł. to 1-2cm. Radiodalmierze mają większy zasięg i małą wrażliwość na warunki atmosferyczne, ich wada, to podatność na zakłócenia odbiciami emitowanej fali. Dalmierze świetlne - ich wadą jest rozpraszanie się światła w ciągu dnia: stąd max długość < 6km (pomiar dłuższych odcinków wykonujemy nocą!).

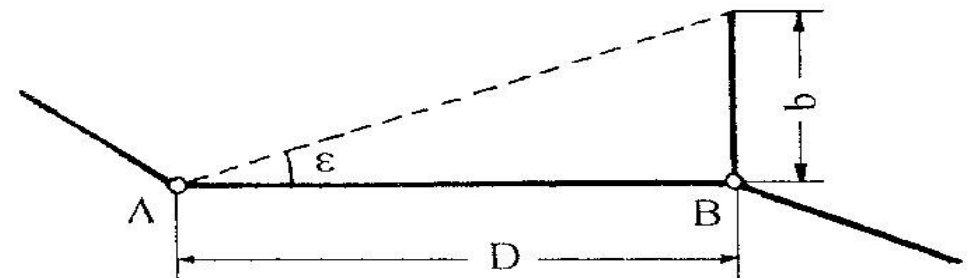
- **Pomiary pośrednie metodą paralaktyczną.**

Długość odcinka D wyznaczamy za pomocą krótkiej, poziomej bazy b oraz zmierzonego, małego kąta poziomego & zwanego paralaktycznym. Przy symetrycznym i prostopadłym do AB ustawieniu bazy b długość D obliczymy ze wzoru:

$$D = \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varepsilon}{2}$$



**RYSUNEK 3.32.** Pomiar długości metodą paralaktyczną – I



**RYSUNEK 3.33.** Pomiar długości metodą paralaktyczną – II

## Dalmierz laserowy

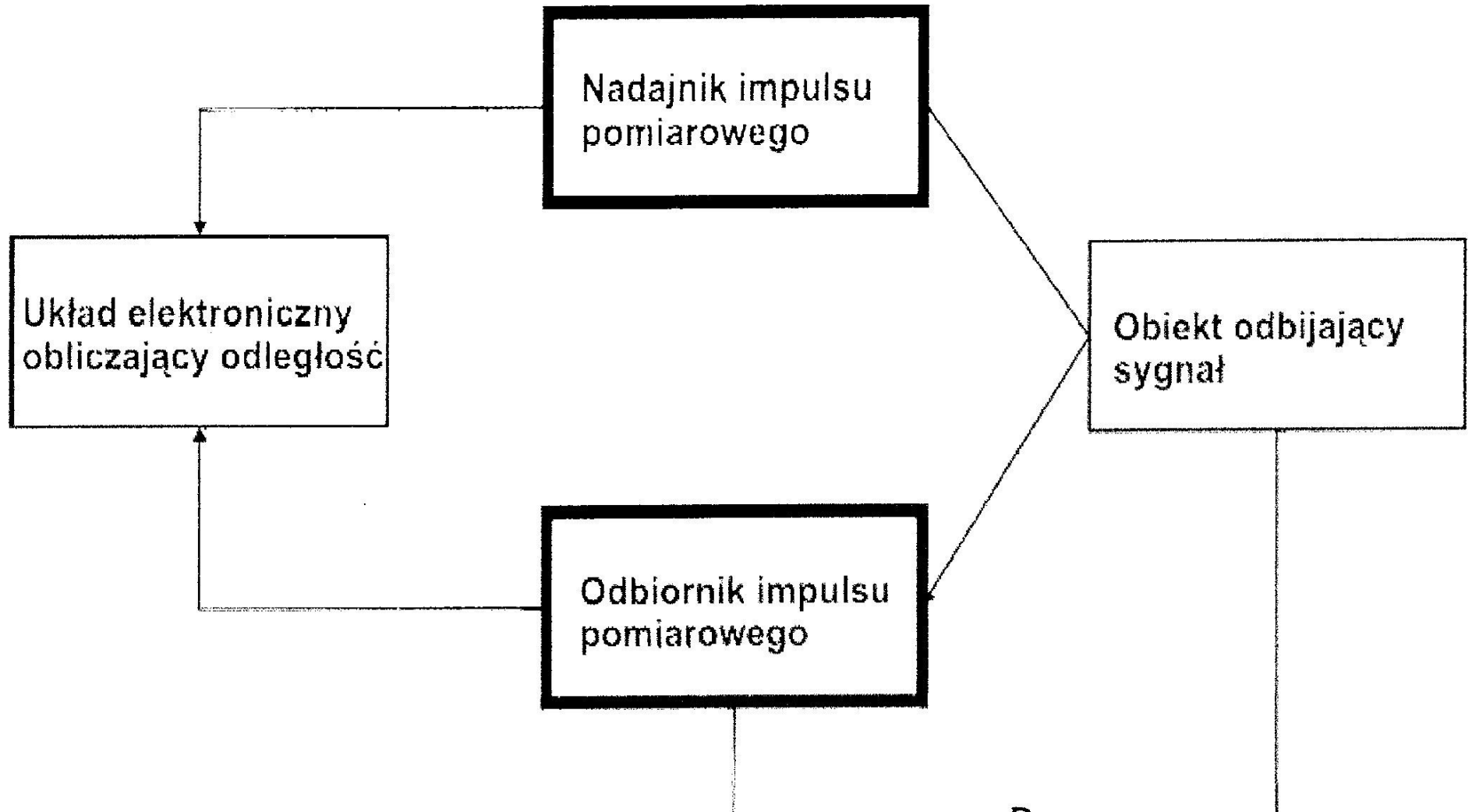
Sercem dalmierza laserowego jest układ optyczno-elektroniczny, który odpowiada za wysłanie impulsu elektromagnetycznego (laserowego), odbiór sygnału odbitego i jego analizę. Impuls laserowy wysłany przez nadajnik dociera do mierzonego obiektu, odbija się od jego powierzchni i powraca do dalmierza, gdzie układ elektroniczny wyznacza odległość:

- obliczając czas przebycia drogi 2D na podstawie pomiaru przesunięcia fazy fali wysłanej i powracającej - **dalmierze fazowe**
- na podstawie bezpośredniego pomiaru czasu, jaki jest potrzebny impulsowi na przebycie podwójnej drogi między dalmierzem i obiektem - mowa wtedy o **dalmierzach impulsowych**

### **Podstawowe właściwości dalmierzy:**

- do pomiaru odległości, wygenerowana fala świetlna lub dźwiękowa musi się odbić od obiektu,
- dalmierze laserowe nie mierzą więc do obiektów przezroczystych!
- wszystkie rodzaje dalmierzy (a szczególnie ultradźwiękowe) wymagają widoczności między instrumentem a celem, im obiekt, do którego wykonuje się pomiar, jest jaśniejszy i bardziej porowaty, tym zwiększa się dokładność wyniku i skuteczność dalmierza
- fale świetlna (laserowa) i dźwiękowa (ultradźwiękowa) przemieszcza się w atmosferze (zakłócenia) co utrudnia zarejestrowanie wyników.

## Ogólna zasada działania dalmierzy



Dalmierze laserowe działają na podobnej zasadzie jak ultradźwiękowe ale zamiast fali dźwiękowej wysyłają falę elektromagnetyczną (laserową).

Przykład dalmierza laserowego do **zastosowania wewnątrz**:

- Dalmierz laserowy Bosch ZAMO II to proste i wygodne w obsłudze urządzenie pomiarowe przeznaczone **do pomiarów odległości, długości, wysokości i odstępów**. Dalmierz dostosowany jest do wykonywania pomiarów wewnątrz pomieszczeń o maksymalnym zasięgu 20m. Pomiar dokonywany jest bardzo dokładnie i precyzyjnie, dzięki technologii laserowej Bosch.
- Charakterystyka produktu:
  - Szybki pomiar 0.5s za pomocą jednego przycisku
  - Wysoka precyzja pomiaru z dokładnością do +/-3mm
  - Zakres pomiarowy: 0,15-20,0m
  - Czytelny wyświetlacz ułatwiający odczyt pomiaru z dokładnością do 0,001m
  - Możliwość zapisania ostatniego pomiaru w pamięci urządzenia
  - Dalmierz Bosch wyłącza się automatycznie po 5 minutach bezczynności. Nowoczesny design, niewielki rozmiar.



Dalmierz GLM 80 jest **miernikiem pochylenia**, ale mierzy także odległości. Dołączoną do niego szynę można używać jako cyfrowy miernik pochylenia. Wyświetlacz sprzętu jest automatycznie obracany i podświetlany, Urządzenie zapamiętuje 10 ostatnich wyników i jedną wartość stałą. Może być ładowane przez gniazdo USB.

### 1) Dalmierz laserowy



Dalmierz laserowy  
Bosch GLM 80



Dalmierz z szyną  
pomiarową Bosch GLM  
80 + R 60

### 2) Dalmierz z szyną pomiarową:

Dioda laserowa 635 nm, < 1 mW

- Zasięg pomiarowy 0,05 - 80 m
- Dokładność pom. typ.  $\pm 1,5$  mm
- Czas pomiaru, typ. < 0,5 s
- Czas pomiaru, maks. 4 S
- Klasa lasera 2
- Zasilanie 1 ak.Li-Ion 3,7 V

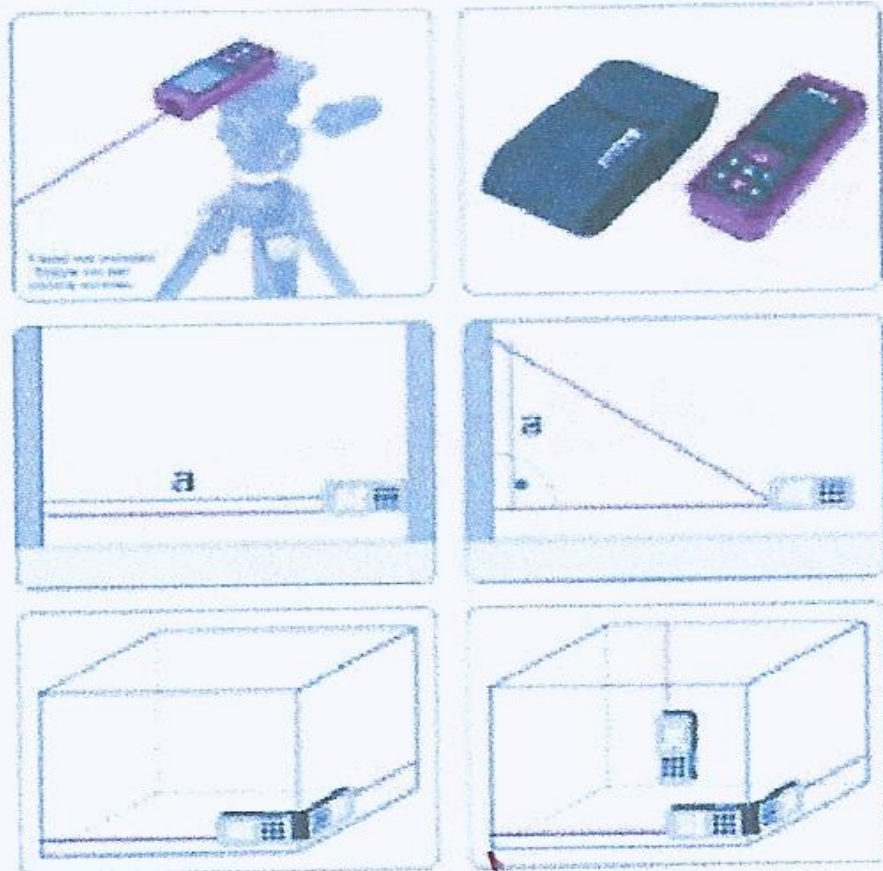
**Nowoczesny dalmierz** posiada znakomitą optykę, która pozwala dokonywać pomiarów również w czasie zmroku, system jest odporny na wahania temperatury, wilgotności co zapewnia wysoką precyzję pomiaru.

- Nowoczesny dalmierz laserowy Bosch GLM 250 VF ma zasięg 250m (dzięki zastosowaniu dużej, szklanej soczewki)
- Dokładność pomiaru +/- 1,0 mm
- Podświetlany wyświetlacz (przejrzysty 4-wierszowy)
- IP:54 ochrona przed pyłem i wilgocią dla całego dalmierza,
- Bosch GLM 250 VF posiada wielofunkcyjny trzpień pomiarowy ułatwia on pomiar w miejscach trudno dostępnych i na krawędziach
- GLM 250 VF posiada budowany celownik, który zapewnia optymalną widoczność punktu laserowego przy odległości do 250m
- Dalmierz GLM 250 VF potrafi zapamiętać 30 pomiarów.

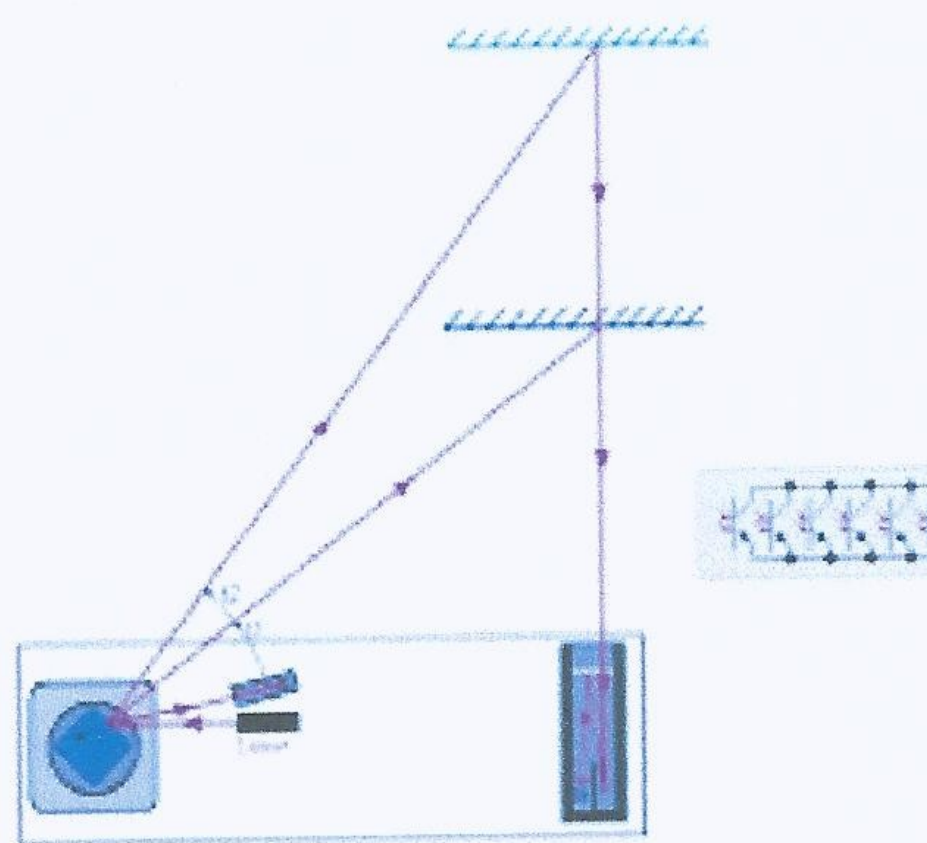
**Nowoczesny dalmierz posiada następujące nowe funkcje:**

- podwójne twierdzenie Pitagorasa do pomiarów z użyciem statywu oraz obliczania wysokości w miejscach trudno dostępnych
- Podwójne twierdzenie Pitagorasa do pomiaru wysokości częściowych
- Funkcja trapezowa do pomiaru pochylenia dachu
- Funkcja timera do precyzyjnych pomiarów ze statywem oraz przy pomiarach z miejsc trudno dostępnych
- Funkcja tyczenia do zaznaczania powtarzających się odległości

Dalmierz laserowy pozwala na wyznaczenie odległości, pola, objętości, wysokości w miejscach trudno dostępnych, wysokości częściowych, kąta pochylenia....posiada też funkcję tyczenia.



Dalmierz laserowy Yato YT...  
narzedzia.pl



Detekcja odbitego promienia lasera

Rodzaje niwelacji.

Budowa niwelatora - warunki osiowe.

Pomiary wysokościowe w budownictwie.

## Pomiary wysokościowe

Niwelacja to pomiar różnic wysokości między dwoma dowolnymi punktami, który pozwala na wyznaczenie rzędnych wysokości tych punktów.

### Metody wyznaczania różnic wysokości:

- 1) **barometryczna**:  $h = (p_A - p_B) \times k$  gdzie  $k = 11,5 \text{ m/mmHg}$ ,
- 2) **hydrostatyczna** - wykorzystuje zjawisko jednakowego poziomu cieczy w naczyniach połączonych,
- 3) **niwelacja geometryczna** - polega na pomiarze pionowych odległości od tych punktów do wyznaczonej prostej poziomej

Ze względu na **sposób pomiaru** dzielimy ją na:

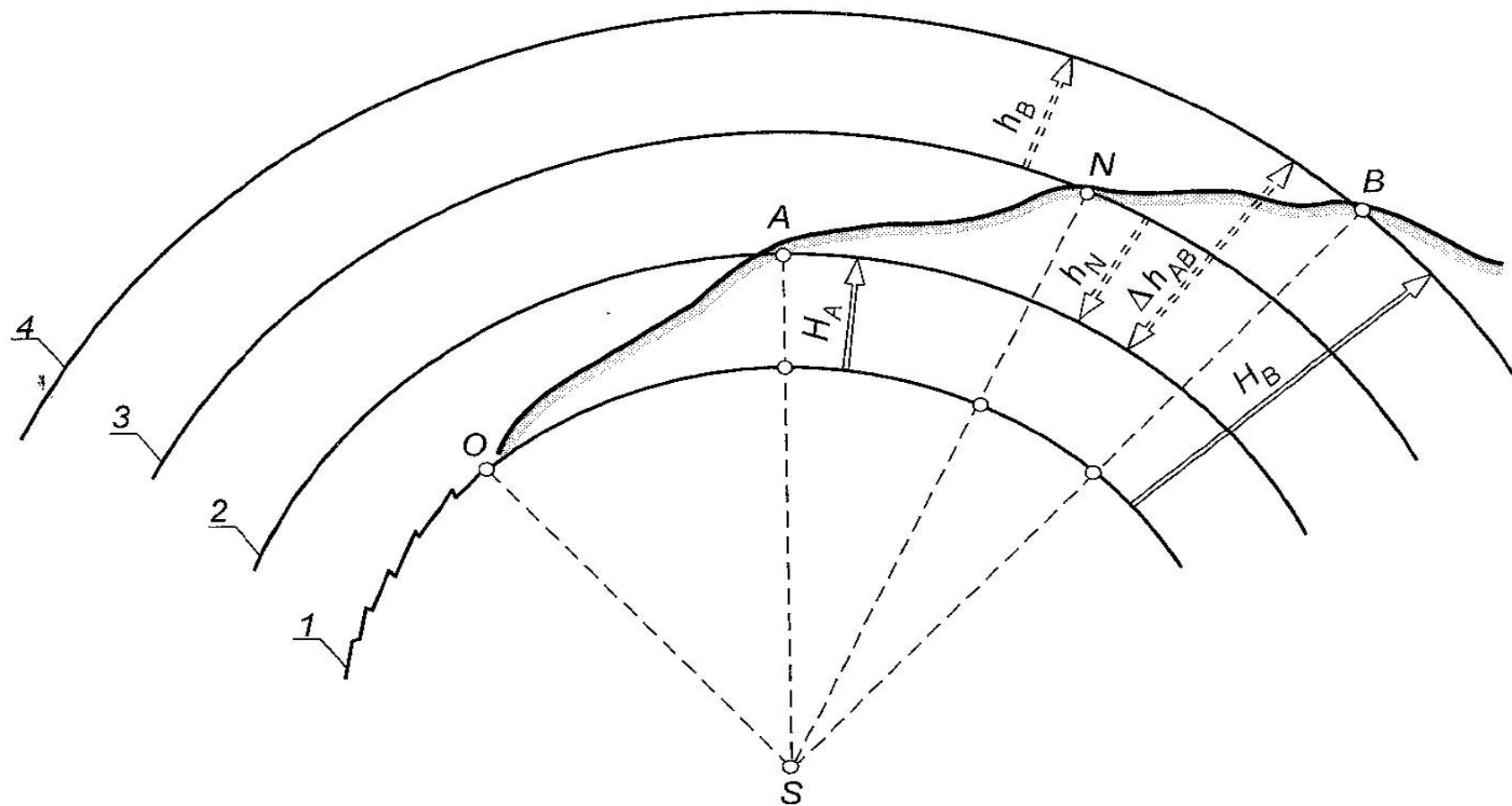
- niwelację geometryczną „**ze środka**”,
- niwelację geometryczną „**w przód**”.

- 4) **niwelacja trygonometryczna** - wykorzystuje zależności trygonometryczne w celu wyznaczenia tzw. przewyższenia.

Ze wzgl. na **dokładność** pomiaru niwelację dzielimy na:

- niwelację techniczną (1cm/1km),
- niwelację precyzyjną (1mm/1km).

$H_A$  - wysokość bezwzględna p.A odniesiona do poziomu morza;  
 $H_B$  - wysokość bezwzględna p.B odniesiona do poziomu morza;  
 $h_{AB} = H_B - H_A$  różnica wysokości między p.A i p.B;  
 $h_N$  - wysokość względna p.N odniesiona do poziomu  $H_A$ ;  
 $h_B$  - wysokość względna p.B odniesiona do poziomu  $H_N$ ;



**Rys. 2.30.** Istota wysokości bezwzględnej i wysokości względnej oraz różnic wysokości:  $h$  — rzędna względna,  $H$  — rzędna bezwzględna,  $\Delta h$ ,  $\Delta H$  — różnice wysokości: 1 — powierzchnia morza, 2, 3, 4 — powierzchnie kuli poprowadzone przez punkty A, N i B

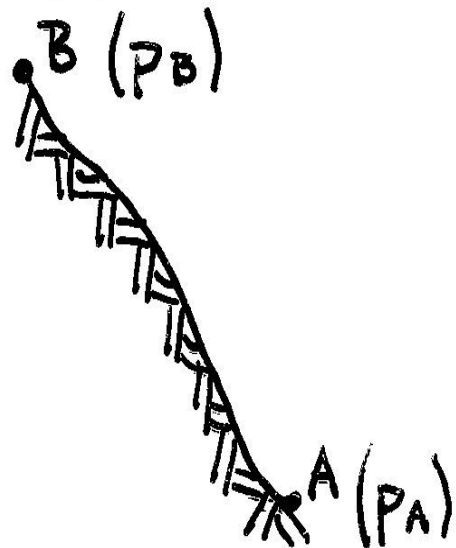
**Niwelacja barometryczna** pozwala określić różnicę wysokości między p.A i p.B w oparciu o pomiar ciśnienia atmosferycznego w tych punktach. Ciśnienie atmosferyczne, maleje wraz ze wzrostem wysokości w sposób liniowy (dokł. 1-3 m)

Dokładność wyznaczenia  $h$  zależy od dokł. pomiaru ciśnienia:

-**barometr rtęciowy** - najmniej dokładny;

-**hipsometr** - na podstawie  $T$  wrzenia wody; **aneroid** - puszka z próżnią, ruch membrany przenoszony jest na wskaźnik.

## NIWELACJA BAROMETRYCZNA



$$\Delta h_{AB} = (P_A - P_B) \cdot K_p$$

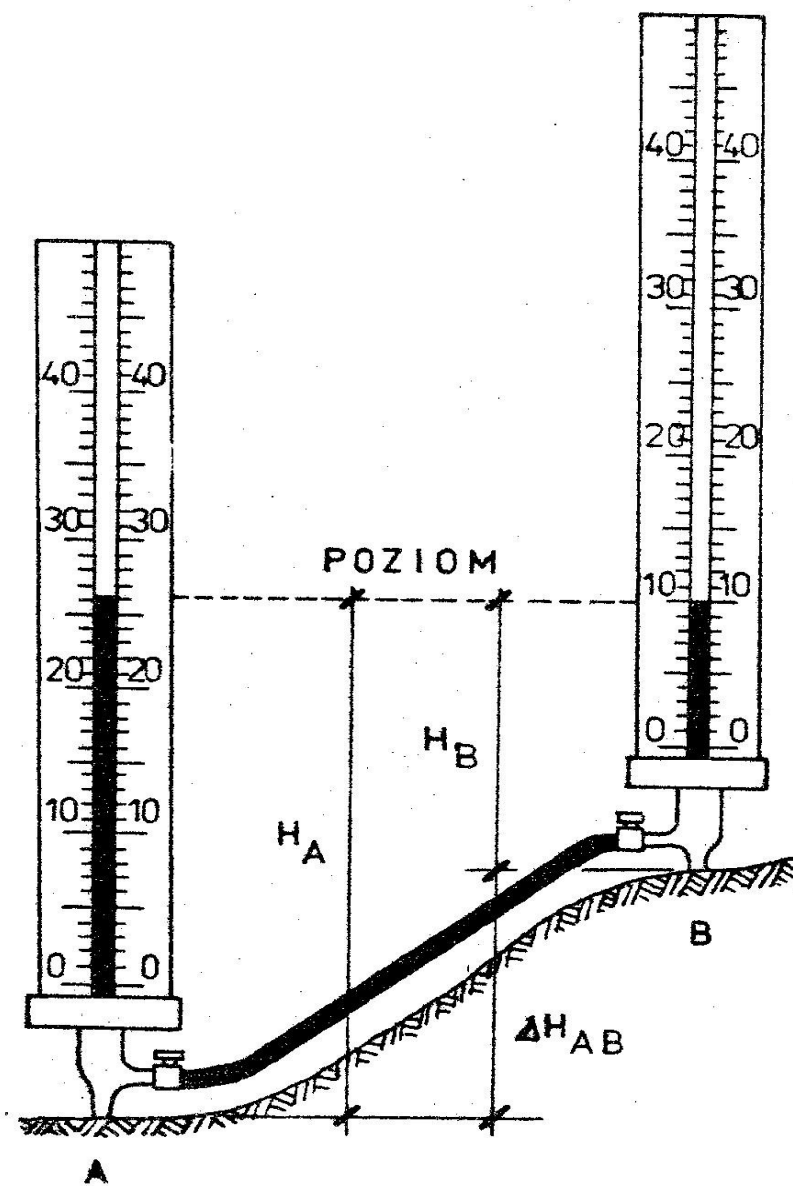
stopień barometryczny

- gdzie  $K_p = 11,3m$  dla  $p = 760 \text{ mm Hg}$   
 $t = 20^\circ C$

-  $p$  (barometry, hipsometry, aneroidy)

- dokładność  $< 1m$

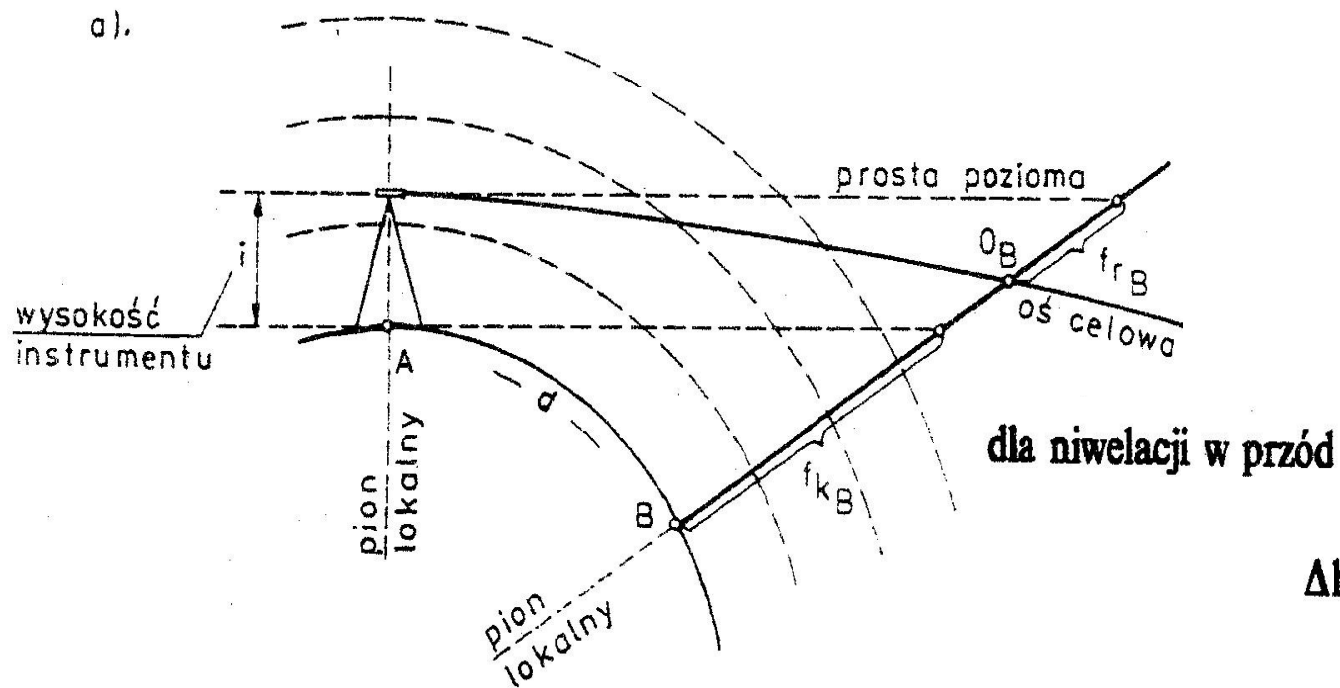
**Niwelacja hydrostatyczna** bazuje na zjawisku jednakowego poziomu cieczy w naczyniach połączonych. Stosujemy niwelatory hydrostatyczne (wagi wodne). Niwelatory precyzyjne - posiadają **czujnik** ze śrubą mikrometryczną, który sygnalizuje zamknięcie obwodu (dkł.+0.01mm)



Wykorzystywana  
w prostych pracach  
budowlanych  
 $h_{AB} = H_A - H_B$



## Niwelacja geometryczna ze względu na sposób (technikę) pomiaru dzieli się na: 1) "ze środka", 2) "w przód"



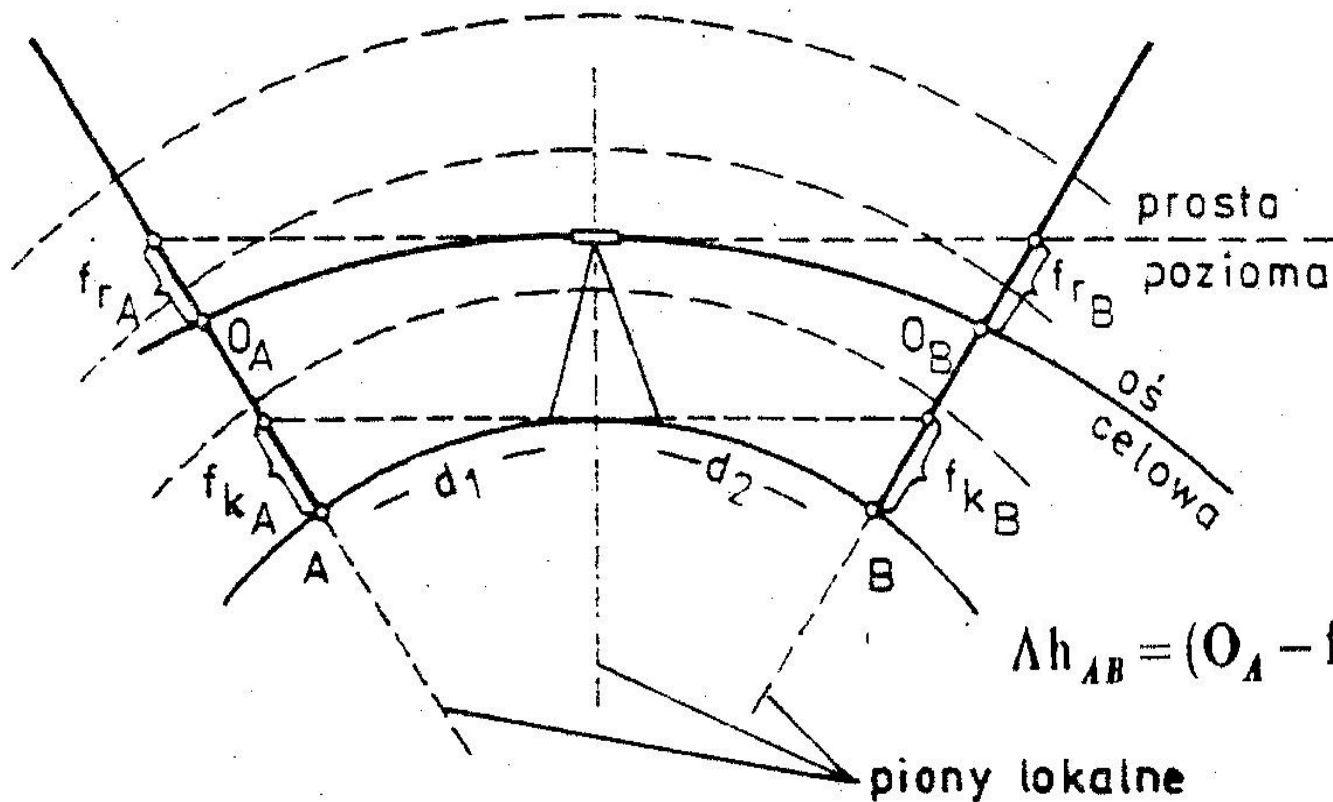
$$\Delta h_{AB} = i - (O_B - f_{k_B} + f_{r_B}),$$

### Zasada niwelacji geometrycznej „w przód”:

- nad punktem A ustawiamy instrument (niwelator),
- na punkcie B ustawiamy łąkę (listwa z podziałem w cm),
- prostą poziomą wyznacza oś celowa instrumentu,
- różnica wysokości między p.A i p.B to różnica odległości ia (wys. niwelatora) oraz odległości b mierzonych wzdłuż kierunku pionu.

## Niwelacja geometryczna: „ze środka”

b).



wpływ kulistości  
i refrakcji  
na odczyt z łąty

$$f_k = \frac{d^2}{2R},$$

$$f_r = k \frac{d^2}{2R},$$

$$\Delta h_{AB} = (O_A - f_{kA} + f_{rA}) - (O_B - f_{kB} + f_{rB}),$$

Zasada pomiaru:

- na punktach A i B ustawiamy łąty zgodnie z kierunkiem pionu,
- po środku, między łątami, ustawiamy niwelator,
- poziomą osią celową instrumentu dokonujemy odczytów a, b z łąt w p.A i w p.B (różnica wys. to różnica odczytów a - b),

**Różnica wysokości wyznaczona metodą „ze środka” jest wolna od wpływów kulistości Ziemi i refrakcji.**

**Rodzaje i klasyfikacja niwelatorów**- pozwalają zmierzyć różnice wysokości wyznaczone wzgl. poziomej osi celowej.

Ze względu na **dokładność** pomiaru niwelatory dzielimy na:

1) PRECYZYJNE      2) TECHNICZNE

Niwelatory precyzyjne mają większe powiększenie lunety, libelle o większej czułości i układ optyczny pozwalający na podwójny odczyt z łąty (płytką płasko-równoległą).

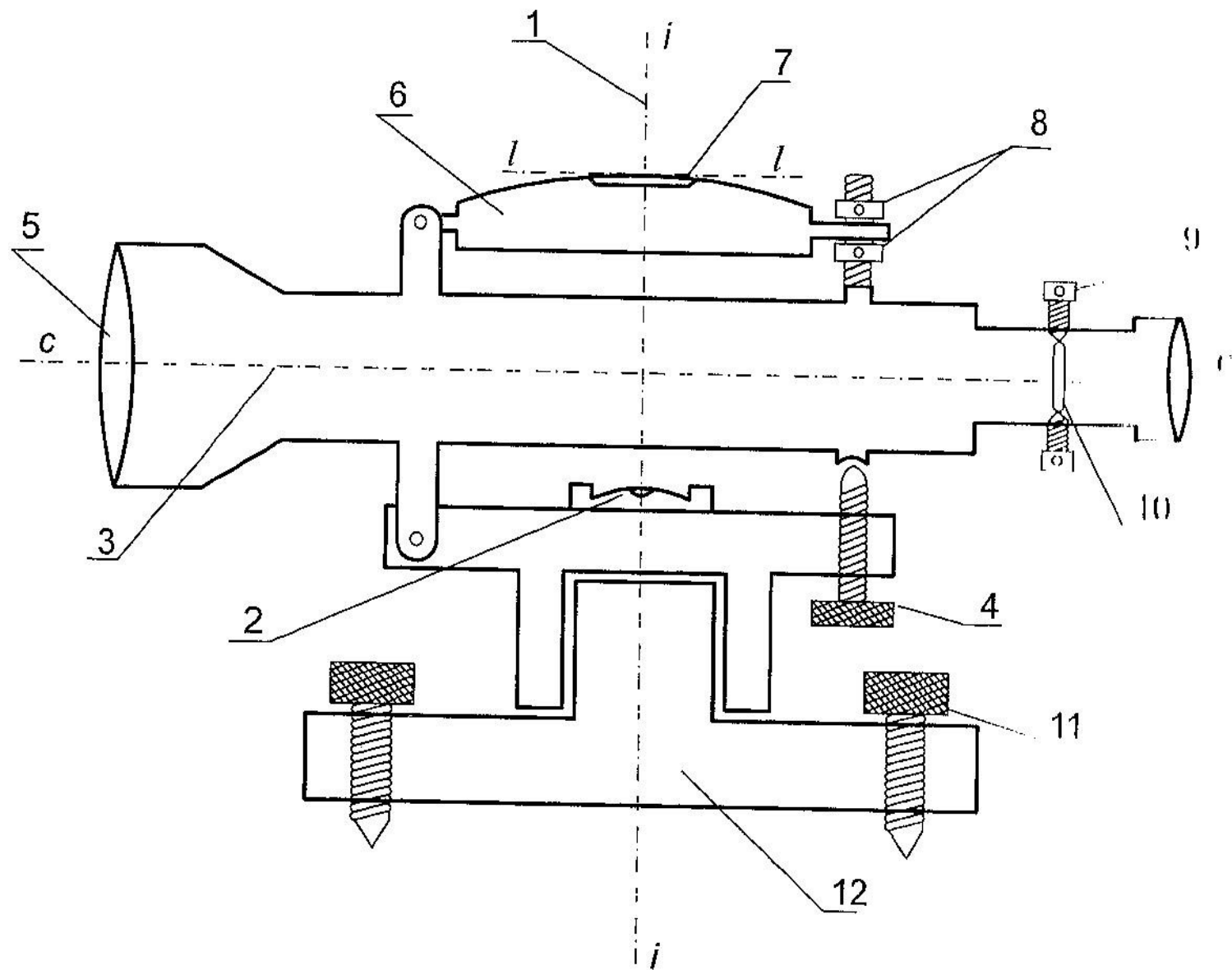
Ze względu na budowę niwelatory dzielimy na:

a) **libellowe**      b) **automatyczne**      c) **laserowe**

**Libellowe** – oś celową ustawiamy w poziomie za pomocą libeli rurkowej, której oś powinna być  $\perp$  do osi celowej.

**Automatyczne/samopoziomujące** – posiadają kompensatory (urządzenia optyczno-mechaniczne), które automatycznie doprowadzają oś celową do poziomu (w granicach 1-7min.)

**Laserowy** niwelator obrotowy wyznacza płaszczyznę poziomą (pionową lub pochyloną w zakresie  $-10\%+40\%$ ) w wyniku obrotowej, wirującej głowicy do 1200obr/sek przy pomocy światła laserowego czerwonego lub zielonego widzianego do 60m, zastosowanie łąty z czujnikiem np. dźwiękowym zwiększa zasięg do 1000m! Działają też w trybie punktowym.

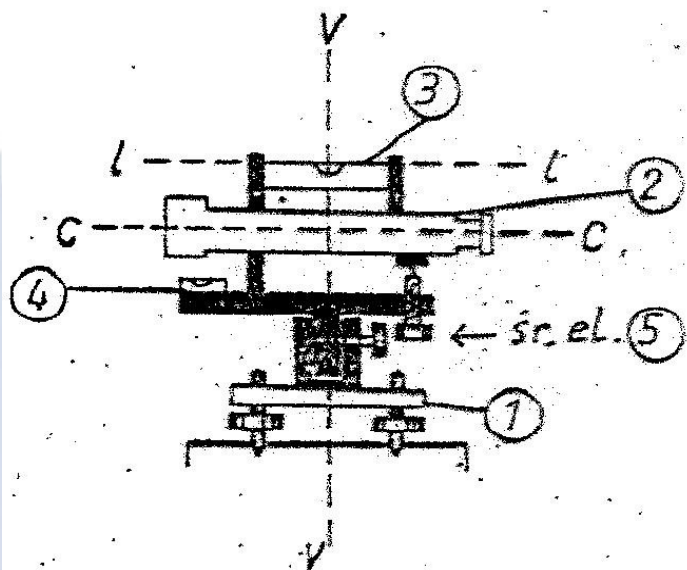


**Fig. 2.31.** Budowa niwelatora libellowego [6]: 1 — oś pionowa, 2 — libella pudełkowa, 3 — obiektyw, 4 — śruba elewacyjna, 5 — obiektyw, 6 — libella rurkowa, 7 — oś libelli, 8 — śruby rektyfikacyjne libelli, 9 — śrubki rektyfikacyjne krzyża nitki, 10 — krzyż nitki, 11 — śruby rektyfikacyjne, 12 — spodarka

Niwelator służy do wyznaczania różnic wysokości za pomocą poziomej osi celowania, stąd konieczne są warunki:

- 1)  $vv \perp ll$
- 2)  $ll \parallel \text{rów. cc}$

## BUDOWA NIWELATORA



1. spodarka z 3 śrubami nastawczymi
2. luneta z alidadą
3. libela rurkowa - niwelacyjna
4. libela pudełkowa
5. śruba elewacyjna
6. ew. koło poziome (w niwelatorach budowlanych)

## OSIE:

$VV$  - oś obrotu niwelatora

$CC$  - oś celowa lunety

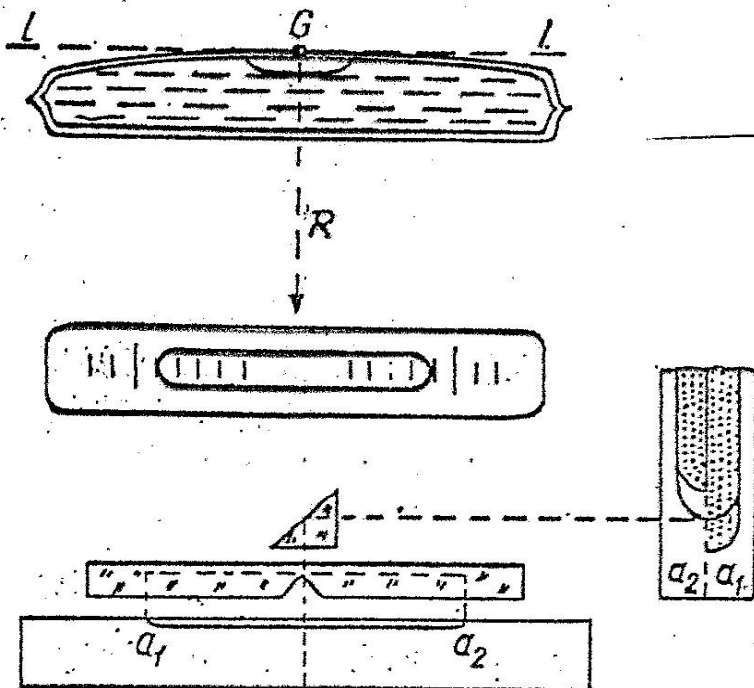
$ll$  - oś libeli rurkowej lub styczna do pow. libeli

$G$  - punkt główny

- Przygotowanie niwelatora do pomiaru:** 1) ustawienie instrumentu na statywie; 2) wypoziomowanie libeli pudełkowej śrubami ustawczymi; 3) ustawienie lunety na kierunku łąty; 4) wypoziomowanie libeli rurkowej śr.elewacyjną; 5) odczyt z łąty

Libela rurkowa/niwelacyjna służy do poziomowania osi celowej. Jest to szklana rurka wypełniona alkocholem lub eterem z pęcherzykiem powietrza, na łukową powierzchnię górną naniesiony jest podział, jego środek to tzw. punkt główny a prosta styczna w p.G to oś libeli.

*Libela rurkowa*



Przewaga libeli -  $w$  - kąt między promieniami dwóch kresek

$$w = \frac{b}{R} \quad b = 2 \text{ mm} \quad R - \text{promień krzywizny}$$

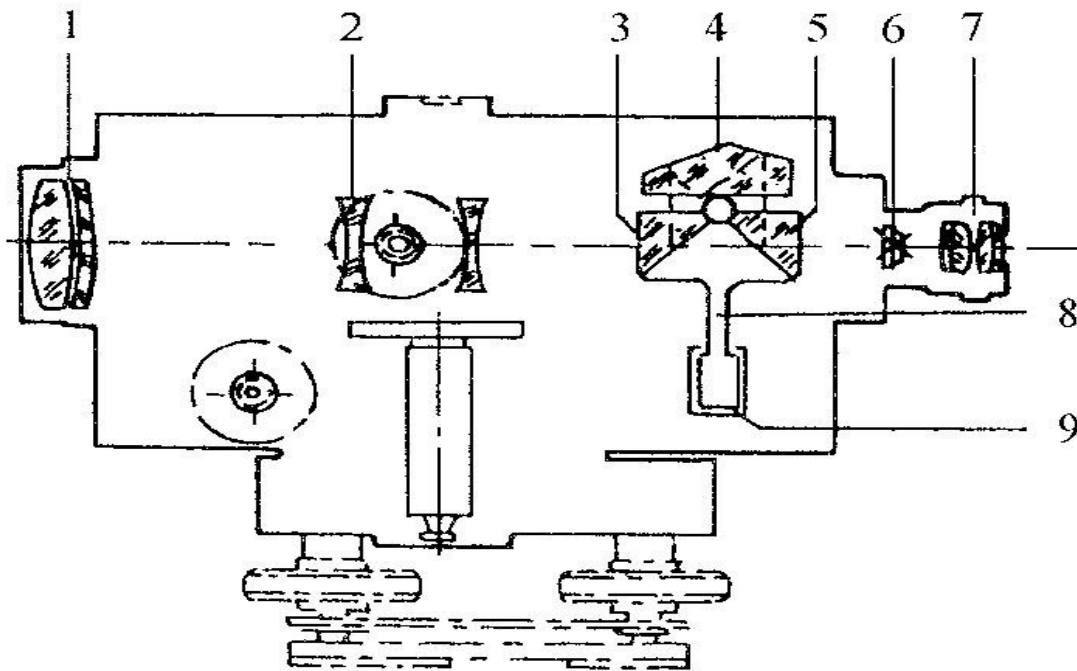
Czułość libeli

$$t = \frac{b}{w''} \quad \text{lub} \quad t = \frac{s}{a''} \quad - \text{przesunięcie pęcherzyka}$$

$- \text{kąt wyrażony w sekundach}$

Koincydencja libeli rurkowej

W niwelatorach samopoziomujących libelę rurkową zastąpiono kompensatorem – urządzeniem, które ustawia oś celową (wychyloną o niewielki kąt) w poziomie. **Kompensator**, to układ zawieszonych elementów optycznych, ustawiających się pod wpływem sił ciężkości.



Kompensator powoduje przesunięcie poziomu przebiegu promienia za pomocą jego załamania i odbicia przez układ optyczny co pozwala na wykonanie prawidłowego odczytu na łacie.

**RYСУNEK 4.12.** Schemat niwelatora Ni 025 (Zeiss-Jena): 1 – obiektyw, 2 – soczewka ogniskująca, 3 i 5 – pryzmaty o wzajemnie prostopadłych płaszczyznach zawieszony wahadłowo, 4 – pryzmat dachowy, 6 – płytka z siatką nitek, 7 – okular lunety, 8 – zawieszenie wahadła, 9 – tłumik pneumatyczny

Wielkość przesunięcia  $AA'$  wyniesie:

$$AA' = f \operatorname{tg} \alpha \approx f \alpha \quad (4.7)$$

gdzie

$f$  – ogniskowa lunety,

$\alpha$  – kąt wychylenia osi celowej od poziomu.

Rozpatrując trójkąt  $KAA'$  możemy wyznaczyć wielkość przesunięcia  $AA'$  w zależności od kąta  $\beta$  (rys. 4.13c).

$$AA' = s \sin \beta \approx s \beta \quad (4.8)$$

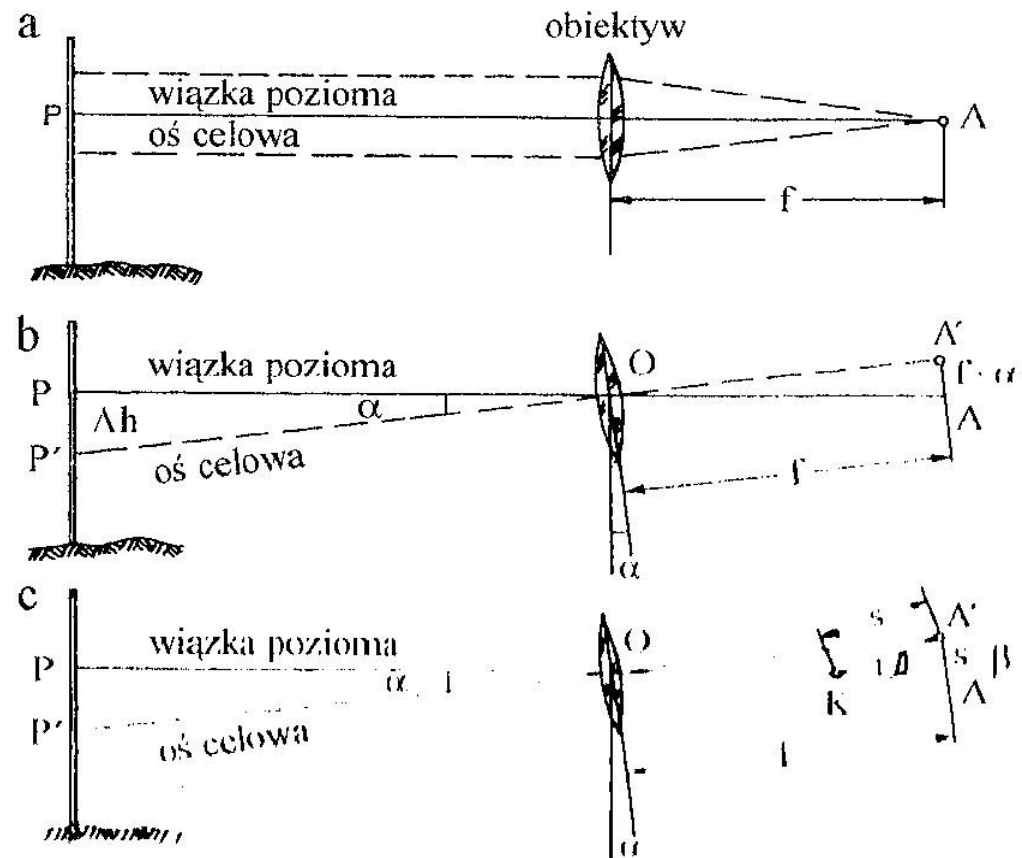
gdzie  $s$  – odległość kompensatora od siatki nitek.

Funkcje trygonometryczne kątów  $\alpha$  i  $\beta$  zastąpiono miarą analityczną, gdyż są to kąty małe, nie większe od  $30'$ .

Przyrównując do siebie wartości  $AA'$  możemy napisać:

$$s \beta = f \alpha \quad (4.9)$$

$$\beta = \alpha \frac{f}{s} \quad (4.10)$$

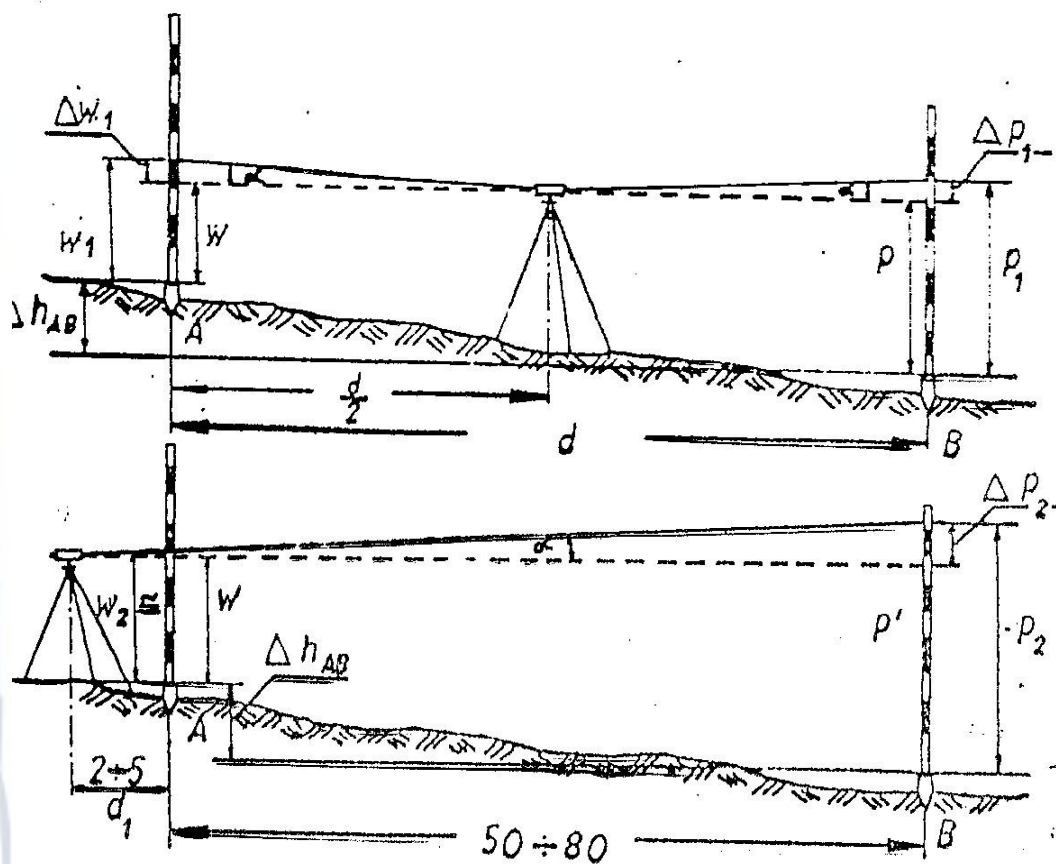


**RYСУNEK 4.13.** Schemat działania kompensatora w niwelatorze: a – oś celowa w poziomie, b – położenie niepoziomowanej osi celowej w przypadku braku kompensatora w przypadku niepoziomowanej osi celowej



W niwelatorze **samopoziomującym** wyróżniamy osie: vv- oś obrotu instrumentu, cc- oś celową, Q- płaszczyznę styczną do libeli pudełkowej. Muszą one spełniać warunki: **1) vv pr.Q**      **2) vv pr.cc (sprawny kompensator)**      **3) prawidłowe ustawienie siatki kresek.**

## SPRAWDZENIE NIWELATORA



Warunki osiowe:

1.  $ll \perp vv$
2.  $ll \parallel cc$
3. kreska pozioma  $\perp$  do vv  
a pozioma do pionowej

Sprawdzenie:

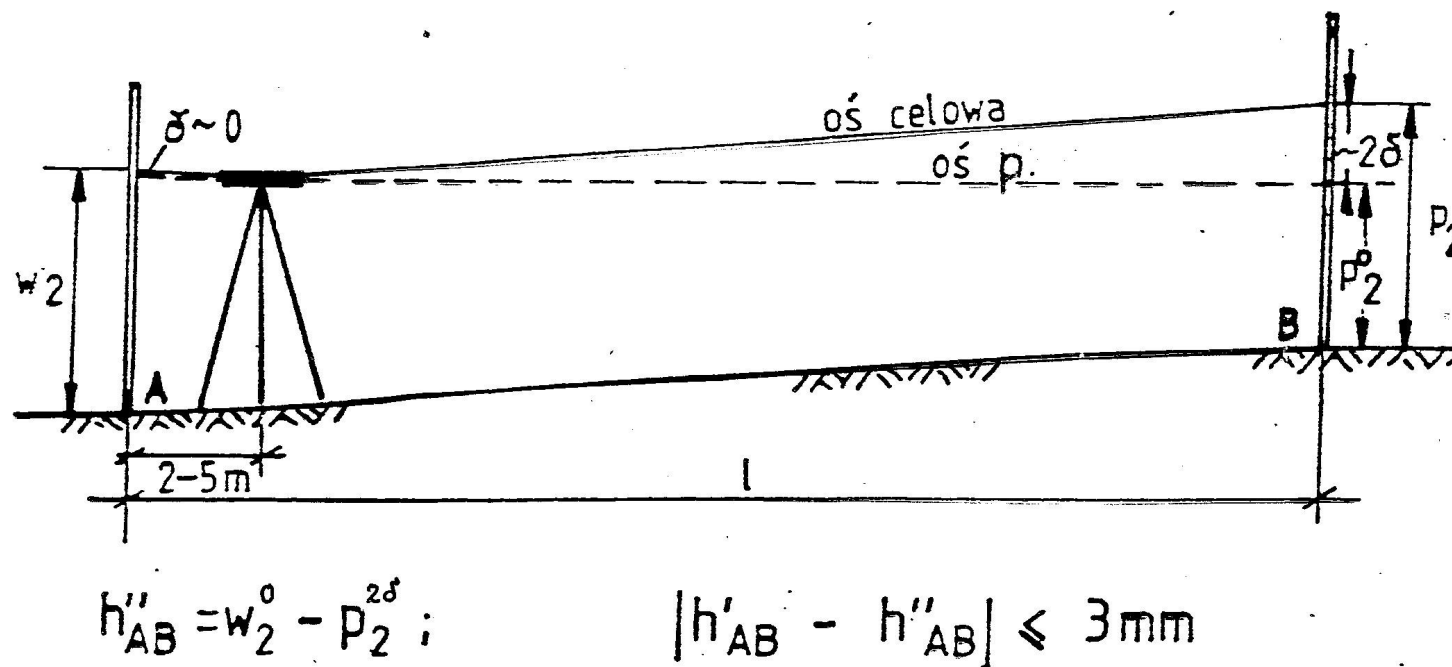
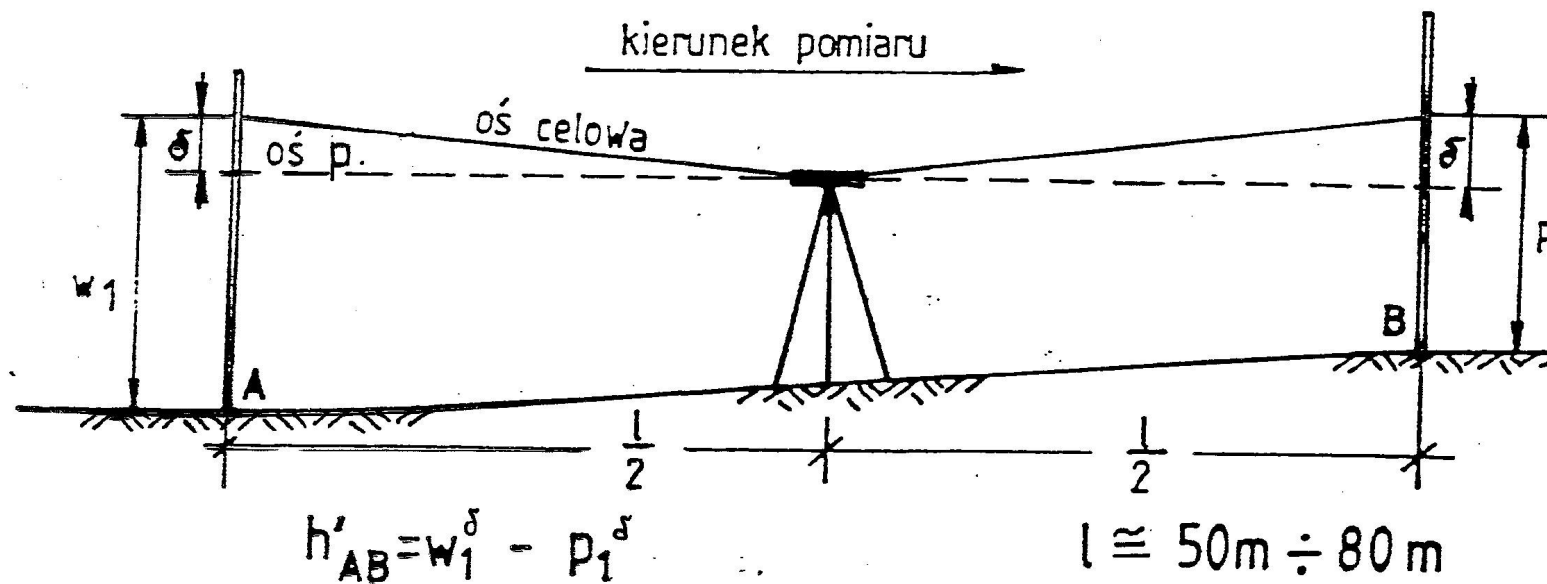
$$- \Delta h_{AB} = w_1 - p_1 = (w + \Delta w_1) - (p + \Delta p_1)$$

$$\text{gdzie } \Delta w_1 = \Delta p_1 = \Delta h_{AB} = w - p$$

$$- \Delta h'_{AB} = w_2 - p_2 = w' - (p + 2\Delta p_2) =$$

$$= w' - p' - 2\Delta p_2 \text{ gdzie } 2\Delta p_2 = 2d \operatorname{tg} \alpha$$

# Sprawdzenie równoległości osi celowej do pkt. Q.



**Niwelatory samopoziomujące** wyposażone są w **kompensatory** (urządzenie mechaniczno-optyczne), które automatycznie doprowadzają oś celową do poziomu. Niwelatory te posiadają tylko **libelę pudełkową**, stąd warunki osiowe:

WARUNKI OSIOWE

1)  $VV \perp Q$

2)  $CC \parallel Q$  (kompensator)  $CC \perp VV$

3)  $n_p \perp VV$

ad.1) warunek sprawdzamy poziomując libelę pudełkową śrubami ustawczymi,

ad.2) sprawdzamy działanie kompensatora: ustawiamy lunetę na kierunku śruby nastwczzej, obracamy o  $1/8$  jej zakresu „w prawo, w lewo” obserwując czy odczyt na łacie nie zmieni się,

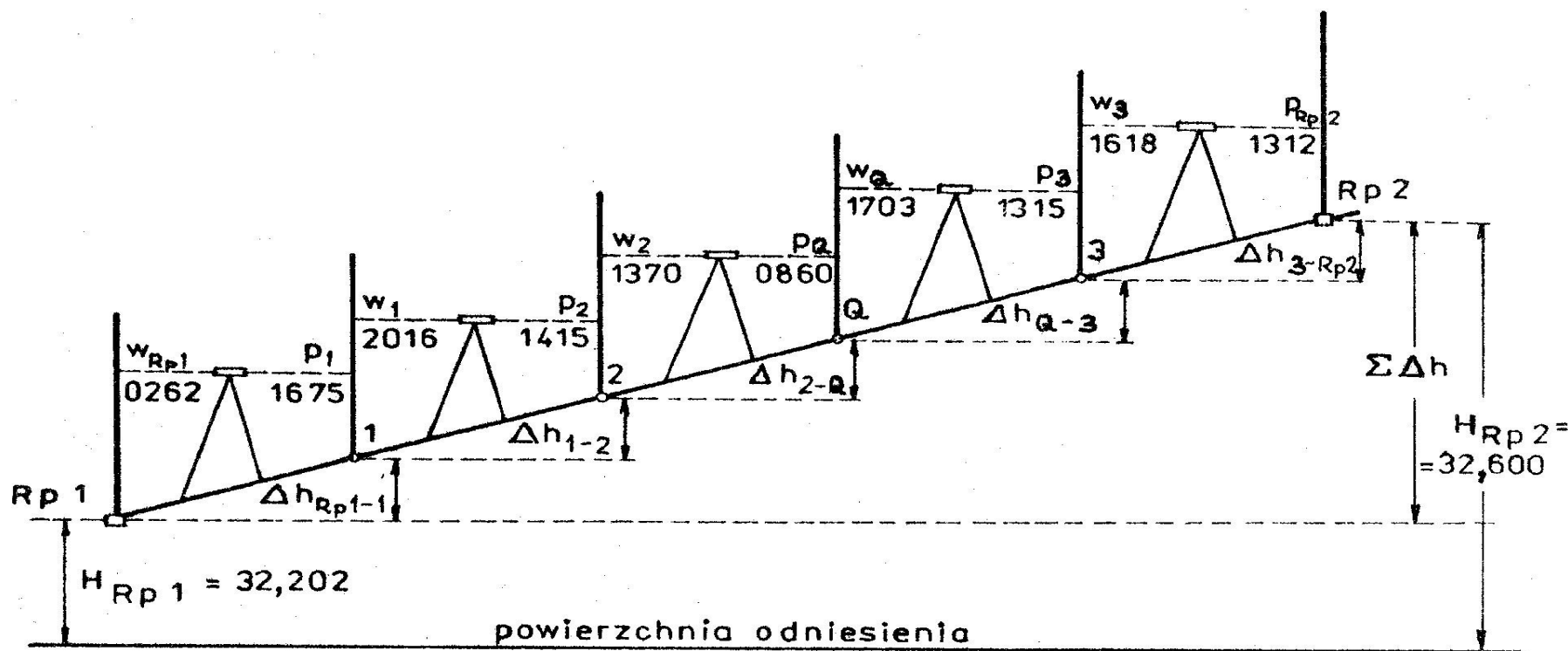
- sprawdzamy czy kompensator poziomuje oś celową metodą podwójnej niwelacji „ze środka”,

ad.3) warunek ten sprawdzamy odczytując kreską poziomą krzyża nitek skrajne wartości na łacie.

## Ciąg. niwelacyjny to ciąg stanowisk niwelacji geometrycznej „ze środka”.

Pomiar w ciągu niwelacyjnym wykonujemy w celu wyznaczenia wysokości  $H$  odległego punktu ( $D > 150\text{m}$ ) w oparciu o znaną wysokość  $p$ . początkowego (reperu) lub w celu sprawdzenia wysokości reperów (punktów sieci wysokościowej).

**Wysokościowa osnowa geodezyjna**, to punkty sieci państwowej (repery) oraz punkty osnowy szczegółowej. Ich wysokość określamy przez pomiar metodą niwelacji precyzyjnej.



Rys. 4.3. Schemat ciągu niwelacyjnego

**Ciąg niwelacyjny otwarty** - oparty jest na dwóch różnych punktach:

a) gdy jeden z nich jest reperem – ciąg **jednostronnie dowiązany**,

b) gdy znamy wysokość dwóch punktów dowiązania (reperów), jest to **ciąg obustronnie dowiązany**,

**Ciąg zamknięty** – zaczynamy i kończymy pomiar na tym samym zaniwelowanym punkcie (np. w układzie lokalnym- ciąg niwelacyjny **niezależny** )

*Instrument rektyfikujemy gdy  $|2 \Delta p_2| \geq 3 \text{ mm}$*

### CIĄG NIWELACYJNY

- gdy  $AB < 100 \text{ m}$

$$H_B = H_A + \Delta h_{AB}$$

- gdy  $AB > 100 \text{ m}$

$$h_1 = w_1 - p_1$$

$$h_2 = w_2 - p_2$$

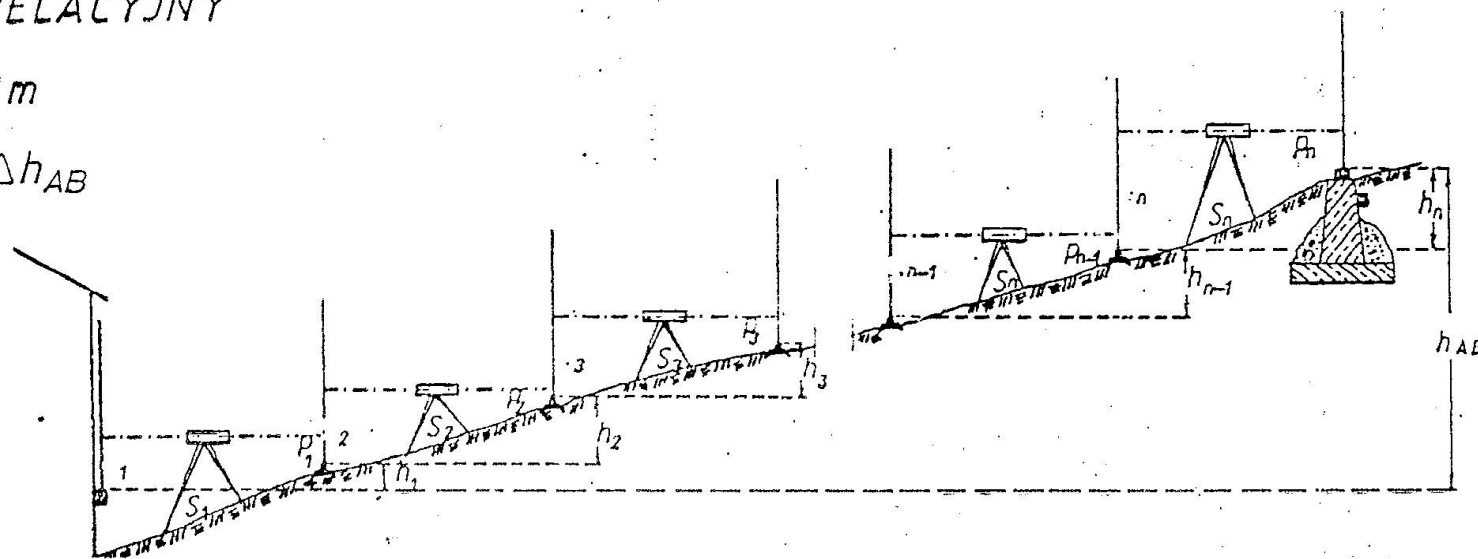
$$h_n = w_n - p_n$$

$$\sum_{i=1}^n h = \sum_{i=1}^n w_i - \sum_{i=1}^n p_i$$

stąd 
$$h_{AB} = \sum_{i=1}^n w_i - \sum_{i=1}^n p_i$$

$$H_B = H_A + \Delta h_{AB} = H_A + \sum_{i=1}^n w_i - \sum_{i=1}^n p_i$$

Sprawdzenie:  $\Delta h'_{AB} - \Delta h''_{AB} < \pm 4\sqrt{L} \text{ mm (III kl.)}$  lub  $\pm 10\sqrt{L} \text{ mm (IV kl.)}$



## Warunki wyrównania w ciągu niwelacyjnym otwartym obustronnie dowiązanym.

Zgodnie z rysunkiem 4.3 pomiędzy reperami  $Rp_1$  i  $Rp_2$  wystąpią różnice wysokości  $\Delta h_{i-j} = w_i - p_j$ . Sumując je stronami otrzymamy

$$\sum \Delta h = \sum (w - p) = \sum w - \sum p, \quad (4.6)$$

a zważywszy, że suma wszystkich różnic wysokości równa jest różnicy rzędnej punktu końcowego ciągu i rzędnej punktu początkowego możemy napisać

$$H_{Rp\text{ konc.}} - H_{Rp\text{ pocz.}} = \sum \Delta h = \sum w \text{ wstecz} - \sum w \text{ przód}. \quad (4.7)$$

Jest to teoretyczny warunek kontroli niwelacji przeprowadzonej w ciągu otwartym.

W rzeczywistości odczyty wstecz i w przód obarczone są drobnymi błędami, które sprawiają, że związek (4.7) z reguły nie jest spełniony. Suma błędów dających odchyłkę ciągu  $f_{\Delta h}$  musi być jednak mniejsza od wartości dopuszczalnych przez normę. Zgodnie z tym warunki dla dobrze wykonanej niwelacji ujmuje zależność

$$\left( \sum w \text{ wstecz} - \sum w \text{ przód} \right) - \left( H_{Rp\text{ konc.}} - H_{Rp\text{ pocz.}} \right) = f_{\Delta h}, \quad (4.8)$$

przy jednoczesnym spełnieniu  $|f_{\Delta h}| < |f_{\Delta h\text{ dop.}}|$ .  
W niwelacji technicznej

$$|f_{\Delta h\text{ dop.}}| = |4,5 \sqrt{n}| \text{ w mm}, \quad (4.9)$$

Ciąg niwelacyjny  
obustronnie nawiązany  
oparty jest  
na dwóch reperach  
nktach o znanej wys.H)

W ciągu niwelacyjnym różnicę wysokości na każdym stanowisku wyznaczamy dwukrotnie (różnica w wynikach nie powinna przekraczać **2-3mm**), wyniki pomiaru i obliczenia zapisujemy w dzienniku. Przebieg ciągu z rozmieszczeniem punktów (długość celowych **D<50m**) przedstawiamy na szkicu polowym.

Ciągi, które spełniają warunki kontrolne, wyrównuje się rozrzucając ze znakiem przeciwnym wartość rzeczywistego niezamknięcia, proporcjonalnie do liczby stanowisk na poszczególne odczyty wstecz. Wartość poprawek wprowadza się w pełnych milimetrach.

W ciągu niwelacyjnym zamkniętym punkt końcowy ciągu znajduje się w jego punkcie początkowym. Dlatego też  $H_{Rp2} = H_{Rp1}$ . Uwzględniając powyższą zależność, warunki kontrolne dla przeprowadzonej prawidłowo niwelacji możemy zapisać następująco:

$$\sum \text{wstecz} - \sum \text{w przód} = f_{\Delta h}, \quad (4.10)$$

$$|f_{\Delta h}| \leq |f_{\Delta h \text{ dop.}}|.$$

Wartość dopuszczalnego odchylenia oraz sposób wyrównania jest zgodny z opisem podanym przy omawianiu ciągu otwartego.

## **Pomiary realizacyjne.**

**Pomiar inwentaryzacyjny**, pozwala na ustalenie wzajemnego położenia elementów budowli względem osnowy pomiarowej, co umożliwia przeniesienie jej na mapę. **Tyczenie budowli** w terenie, to wyznaczenie położenia obiektu na gruncie, zgodnie z projektem ( tyczenie wstępne, uzupełnione w pomiar sytuacyjno-wysokościowy jest podstawą dla projektu szczegółowego np..trasy)

Dokładność umiejscowienia poszczególnych budowli na gruncie uzależniona jest od jej rodzaju i dopuszczalnej tolerancji wymiarów w stosunku do wielkości projektowanych (PN, instr. techniczne).

### **Czynności tyczenia:**

- 1)** sytuacyjne wytyczenie osi głównych budowli;
- 2)** sytuacyjne wytyczenie szczegółowych elementów projektu;
- 3)** wyznaczenie elementów wysokościowych.

Do sytuacyjnego przeniesienia obiektu z mapy na grunt konieczne jest ustalenie zespołu punktów o współrzędnych (x,y) w układzie mapy a pomiary wysokościowe opieramy o sieć tzw. reperów roboczych (zakładamy osnowę pomiarową syt.-wys.).

**Tyczenie sytuacyjne** elementów obiektu wzgl. boku osnowy realizacyjnej wykonujemy metodami: **a)biegunową, b)wcięcia kąтового lub liniowego, c)ortogonalną, d) przecięć...**

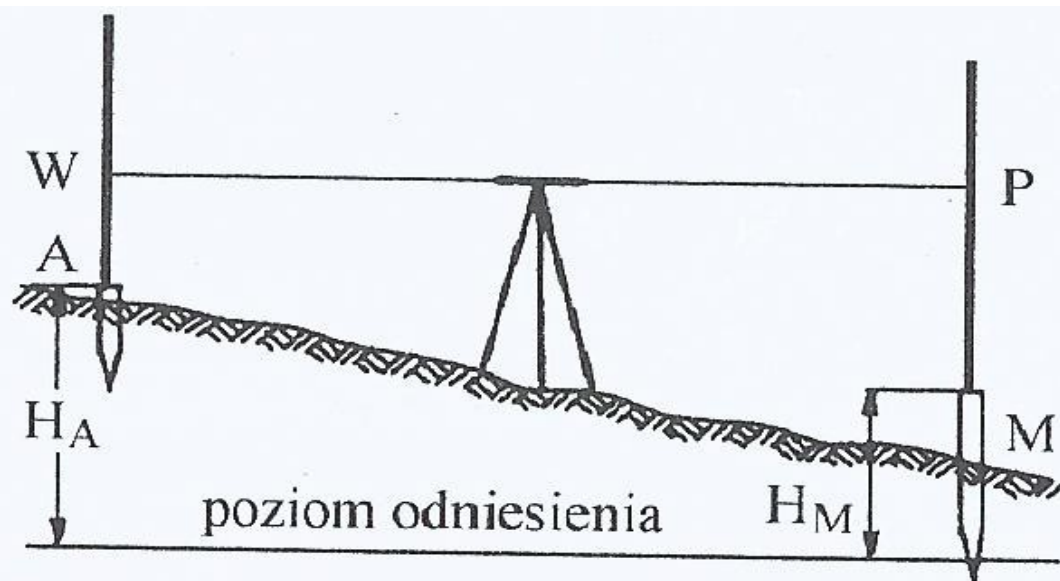


## Tyczenie elementów wysokościowych projektu.

Podczas realizacji prac budowlanych w terenie istnieje potrzeba wyznaczenia wys. punktów, odcinków, płaszczyzn, wyznaczenia spadków. (dla danej budowy wszystkie wysokości określone są wzgl. Reperów roboczych, których wysokości określono w jednym układzie odniesienia

### Wyniesienie punktu M o zadanej wysokości $H_M$ .

A- reper roboczy o znanej wysokości  $H_A$



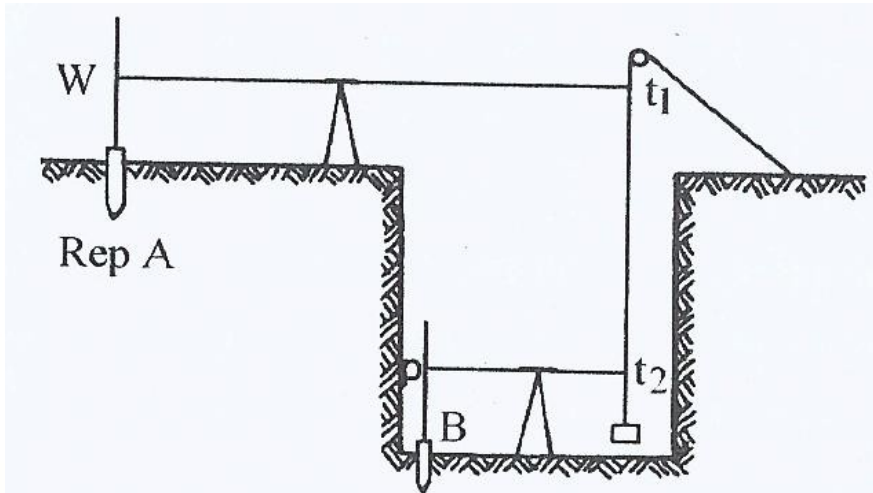
$$H_A + w = H_M + p;$$

stąd

$$p = H_A - H_M + w$$

**RYСУNEK 7.23.** Wyznaczanie w terenie punktów o danej wysokości

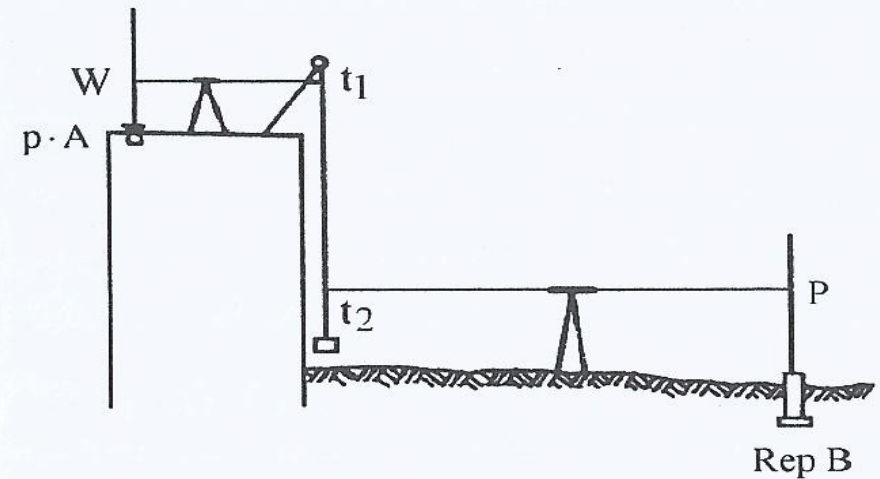
**Wyznaczenie wysokości: 1) p.B w wykopie lub 2) p.A na wyższej kondygnacji.** Jeżeli głębokość wykopu nie pozwala na bezpośredni odczyt z łąty w p.B to wykonujemy pomiar z dwóch stanowisk stosując konstrukcję jak na rys.7.24. Dla punktu A na górnej kondygnacji, p.B będzie (po utrwaleniu w terenie) reperem roboczym o znanej  $H_B$  rys.7.25



**RYСУNEK 7.24.** Wyznaczanie wysokości punktu znajdującego się w wykopie

$$H_B = H_A + w - (t_1 - t_2) - p;$$

$$H_B = H_A + (w - p) - (t_1 - t_2)$$



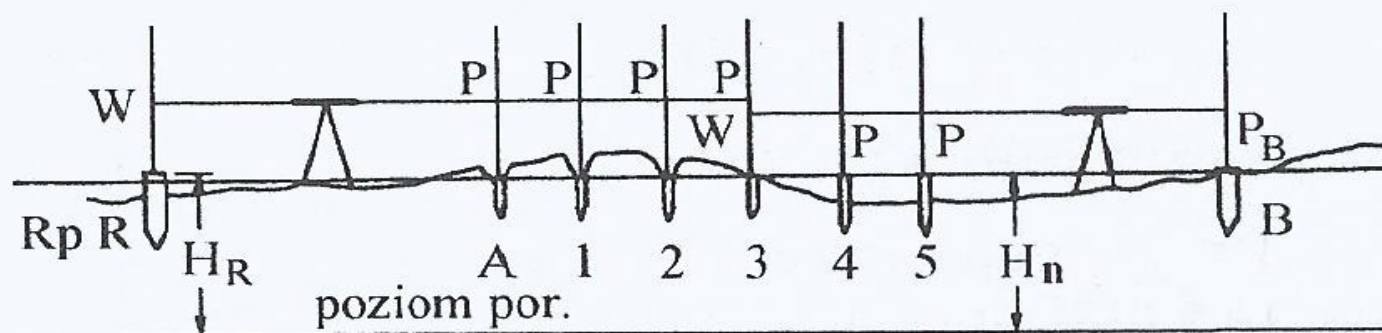
**RYСУNEK 7.25.** Wyznaczanie wysokości punktu znajdującego się na wysokiej kondygnacji

$H_A$  będziemy obliczali następująco:

$$H_A = H_B - (w - p) + (t_1 - t_2)$$

**Wyznaczenie linii poziomej o danej wysokości.** Między punktami A i B mamy wytyczyć prostą poziomą o rzędnej  $H_n$ . Odcinek AB dzielimy na kilka części, w wyznaczonych punktach stabilizujemy paliki na wysokości większej od rzędnej projektowanej  $H_n$ . Niwelatorem wykonujemy odczyt z łąty w p.R (reper o znanaj  $H_r$ ), obliczamy odczyty dla łąat w p. 1,2,3.....

Po obliczeniu wartości  $p_1, p_2, p_3...$  wbijamy paliki na taką głębokość, by na łąatach otrzymać wyliczone  $p_i$ . Jeżeli odcinek RB jest większy niż 100m niwelator przenosimy na st.2, tyczymy w oparciu o wys.p.B, gdzie p.3 będzie punktem wiążącym:  $w_4=p_B$



**RYСУNEK 7.26.** Tyczenie linii poziomej o określonej wysokości

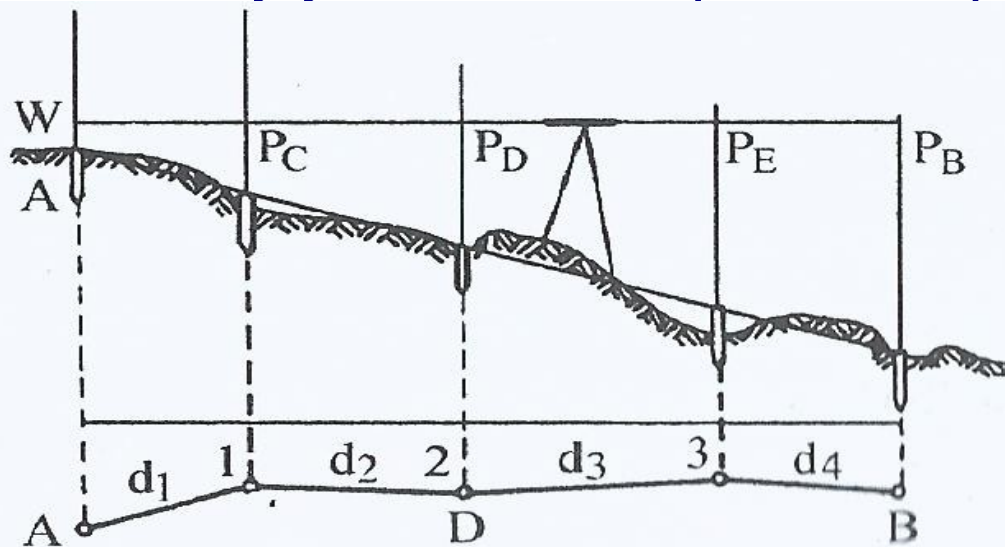
$$H_R + w_R = H_n + p; \quad p = H_R - H_n + w_R$$

## Wyznaczenie linii o zadanym spadku.

Znana jest wysokość p.A i założony w projekcie spadek ( $i$ ) linii AB.

**Spadek terenu** - to tangens kąta pochylenia terenu wyrażony w procentach:  $i = h/D \times 100\%$

Na odcinku D, dla punktów zmiany nachylenia terenu wbijamy paliki i mierzymy odległości  $d_1, d_2, d_3, \dots$  niwelatorem (ustawionym w „środku” AB), dokonujemy odczytu z łąty w A, obliczamy wartość odczytu na łacie w p.B :  $o_B = w_A (-+) i \times D$   
Odczyty na łatach w punktach  $p_i$  obliczamy:



**RYСУNEK 7.27.** Tyczenie linii o określonym spadku

$$p_1 = w \pm i d_1$$

$$p_2 = w \pm i (d_1 + d_2)$$

$$p_3 = w \pm i (d_1 + d_2 + d_3)$$

.....

# Metody pomiaru rzeźby terenu.

## Metody pomiaru rzeźby terenu:

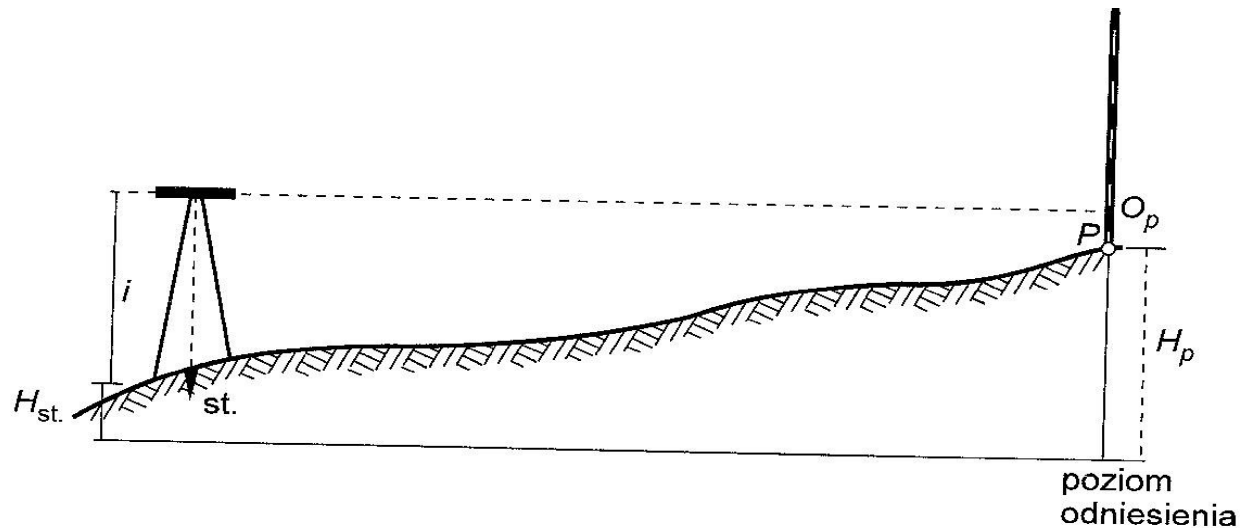
- 1) niwelacja punktów rozproszonych
- 2) niwelacja siatkowa
- 3) przekrojów podłużnych i poprzecznych

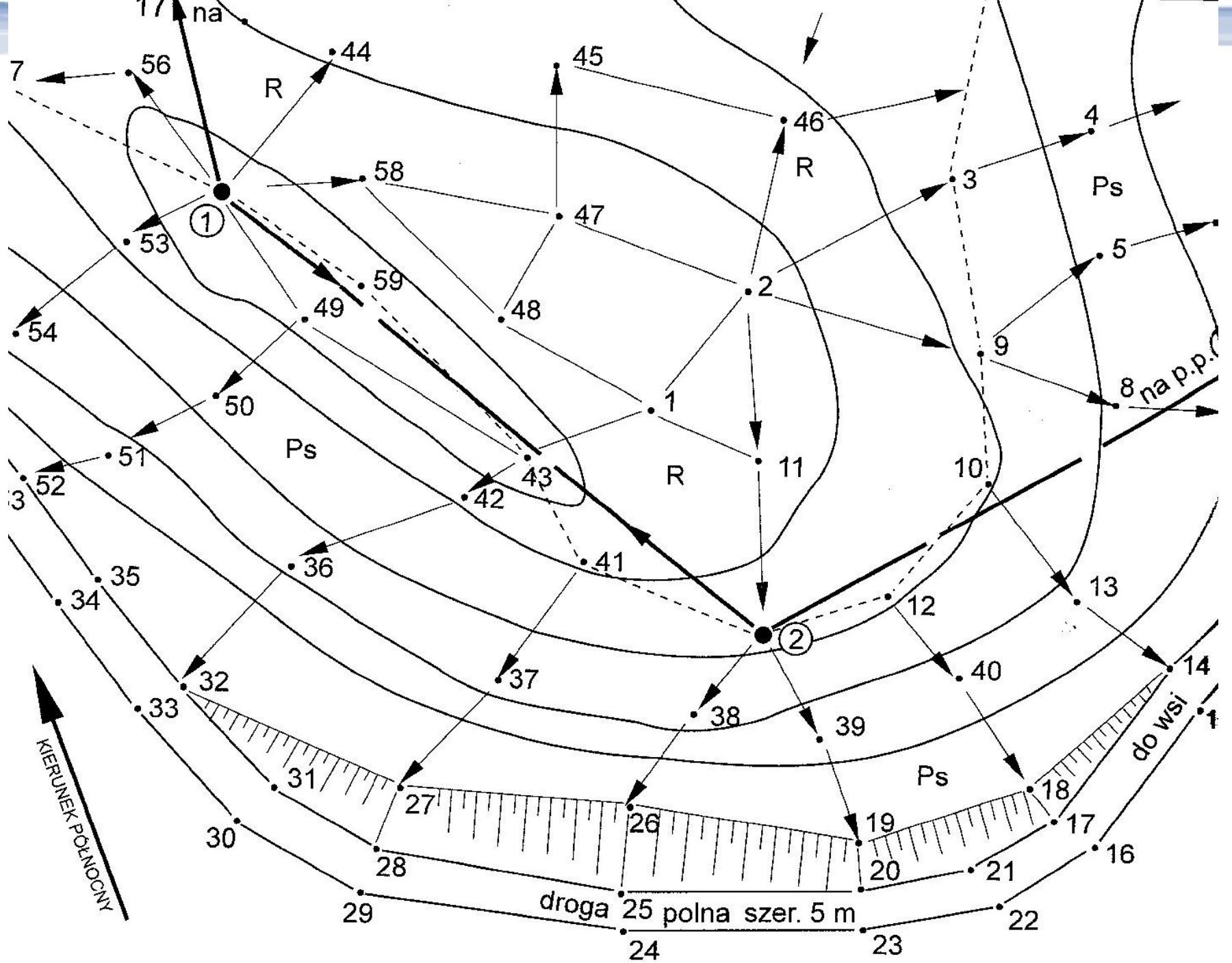
Każdy pomiar wymaga określenia **sytuacyjnego położenia punktów** dla których wyznaczymy wysokość!

### ad.1)Metoda punktów rozproszonych:

- położenie syt. punktów wyznaczamy metodą biegunową,
- wysokości punktów wyznaczamy metodą niwelacji geometrycznej „w przód”,

Na stanowiska niwelatora wybieramy punkty osnowy geodezyjnej (o znanej wysokości  $H$ ), odległość od stanowiska do pikiet  $D < 75\text{m}$  a między nimi  $D < 25\text{m}$ , tak by ich ilość wiernie odzwierciedlała rzeźbę terenu. Prowadzimy szkic terenu z numeracją pikiet a wyniki pomiaru zapisujemy w dzienniku.



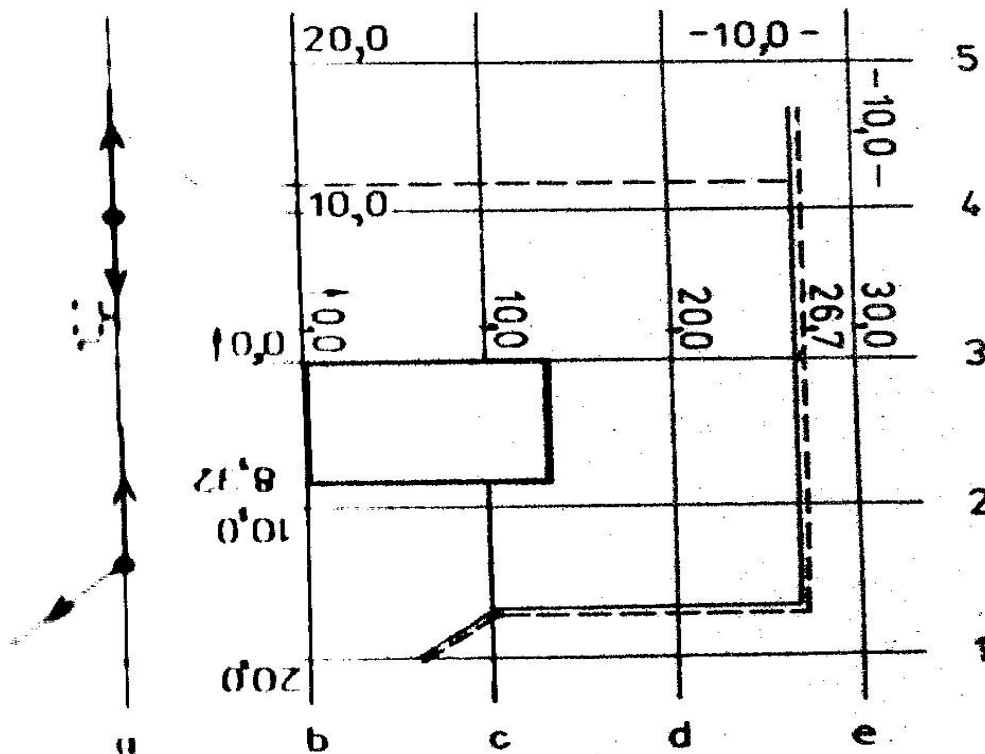


**2.50.** Szkic polowy pomiaru rzeźby terenu metodą punktów rozproszonych: ①, ② — punkty poligonowe, 1, 2, 3, ... — numery pikiet, → kierunek spadku terenu

**Niwelacja siatkowa** - stosujemy na terenach skupionych np. pod inwestycje budowlane. Na terenie objętym pomiarem wytyczamy siatkę kwadratów ( lub prostokątów) metodami:

**a) teren niezabudowany** - siatkę tyjemy od dowolnie wybranej linii bazowej (tyczki, taśma, węgielnica),

**b) na terenie zabudowanym** – korzystamy z wielkoskalowej mapy sytuacyjnej terenu na której projektujemy siatkę, w oparciu o szczegóły terenowe przenosimy siatkę w teren,



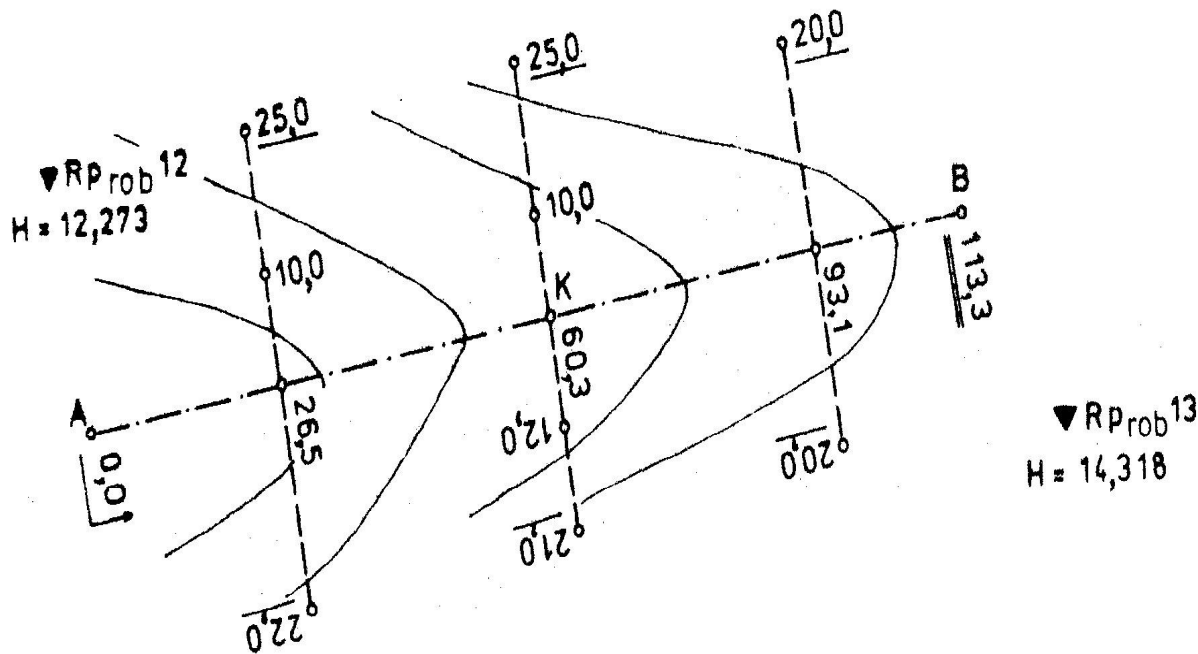
c) dla dużego terenu –  
wytyczamy siatkę w terenie  
w dowiązaniu do poziomej  
osnowy geodezyjnej  
Niwelujemy wierzchołki  
kwadratów w nawiązaniu  
do dwóch reperów.

**Fig. 4.10.** Wytyczenie siatki niwelacyjnej na podstawie sytuacji istniejącej na mapie



## Niwelacja metodą profilów pionowych: a) podłużnych b) poprzecznych

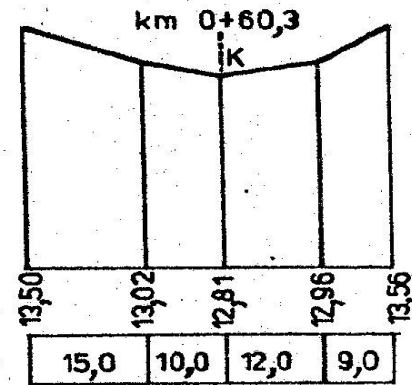
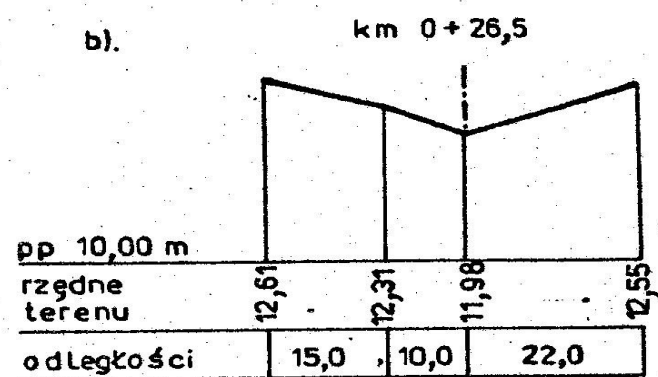
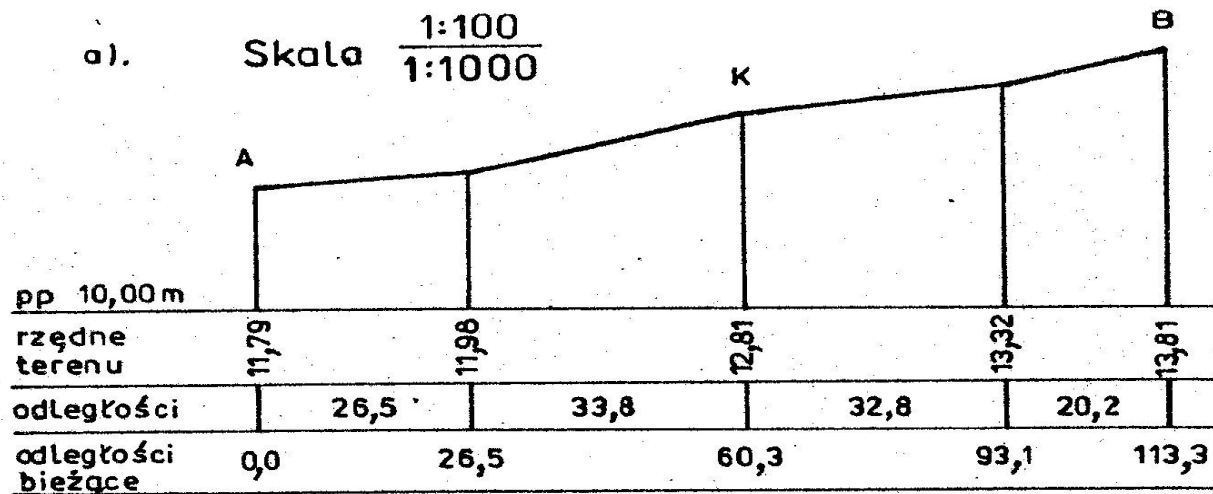
**Profil terenu** jest krawędzią przecięcia się płaszczyzny pionowej z powierzchnią topograficzną. Sporządzamy go dla wąskich pasów terenu np. tras komunikacyjnych. Projektujemy go na mapie syt.-wys. Wyboru punktów załamania wys. dokonujemy w terenie, stabilizujemy je i mierzymy odległości do kolejnych punktów pośrednich. Linię profilu dowiązujemy sytuacyjnie do osnowy pomiarowej.



Niwelujemy zastabilizowane punkty na profilu głównym i profilach poprzecznych. W oparciu o otrzymane wyniki wykreślamy profil.

Rys. 4.8. Szkic położenia punktów w ciągu niwelacyjnym profilów podłużnych i poprzecznych

Wyniki pomiaru wysokości punktów wiążących i pośrednich oraz odległości na profilach zapisujemy w dzienniku. Profile wykreślamy w skali skazonej. Rzędne wysokości podajemy z dokładnością do cm. Poziom porównawczy pp przyjmujemy tak, by H były dodatnie.



Rys. 4.9. Profile terenu a) podłużny, b) poprzeczne

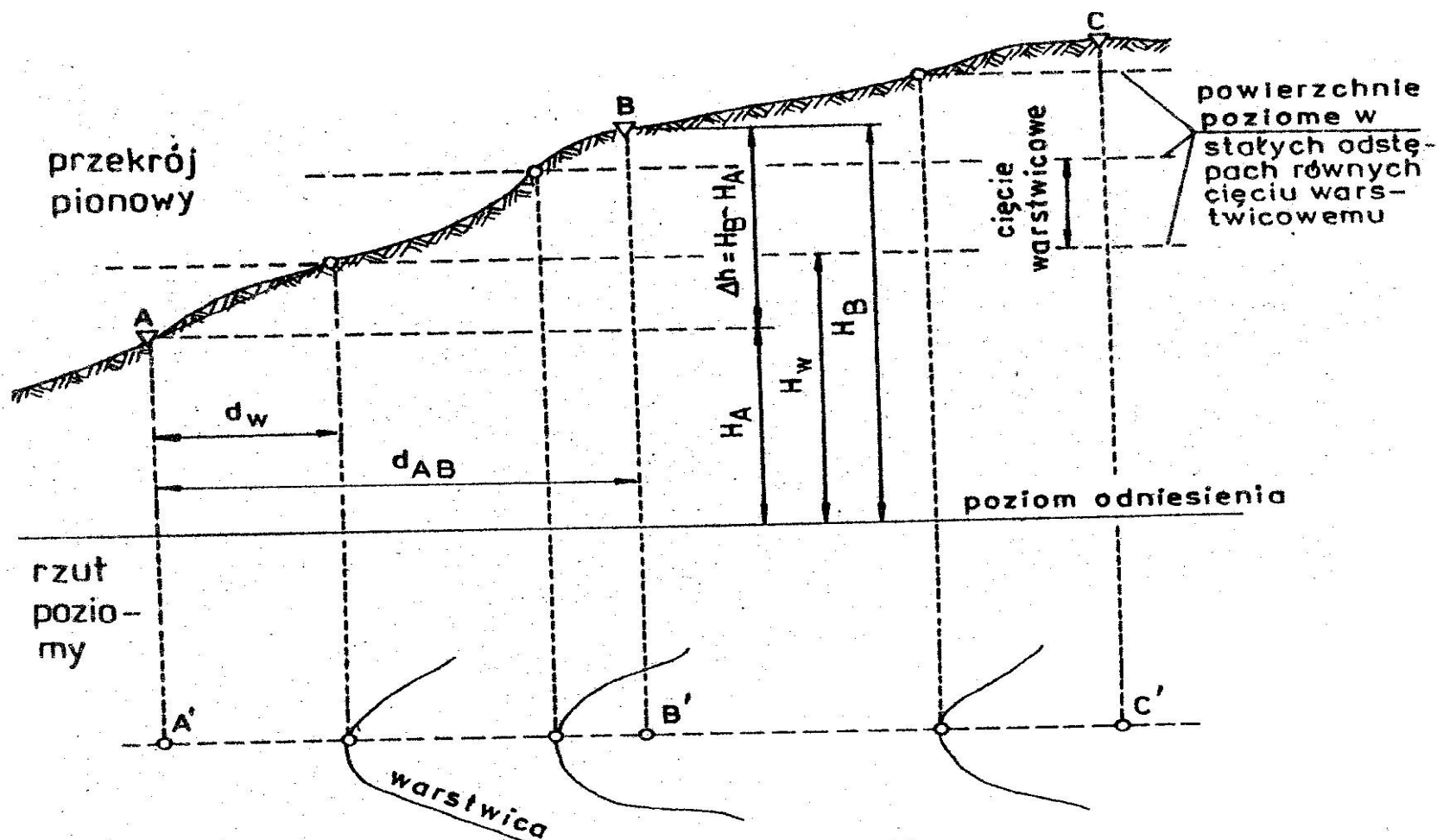
Profil terenu  
uzupełniony obrazem  
warstw ziemi i  
podziemnych urządzeń  
technicznych  
nazywamy  
przekrojem terenu

## Wykonanie mapy warstwicznej:

- naniesienie sytuacyjne punktów (pikiet) na mapę,
- przypisanie im wyznaczonych rzędnych wysokości,
- interpolacja warstwic.

**Warstwice** - to linie łączące punkty o jednakowej wysokości.

**Skok warstwowy/ cięcie** - to odstęp między płaszczyznami tnącymi wyznaczającymi warstwice.



Rys. 4.13. Schemat warstwicowania

## Interpolację warstwic wykonujemy metodami:

- 1) analityczną,
- 2) graficzną,
- 3) komputerowo-tworząc numeryczny model terenu,

ad.2) Metoda graficzna:

- łączymy dwa sąsiednie punkty o ustalonym spadku,
- wykreślamy na kalkce tzw. „harfę”,
- wpasowujemy punkty w ich wysokości na „harfie”,
- linia łącząca punkty w przecięciu z liniami kalki wyznacza przebieg warstwic, Po dokonaniu interpolacji na wszystkich odcinkach łączymy punkty o jednakowych wysokościach tworząc rysunek warstwic.

gdzie:

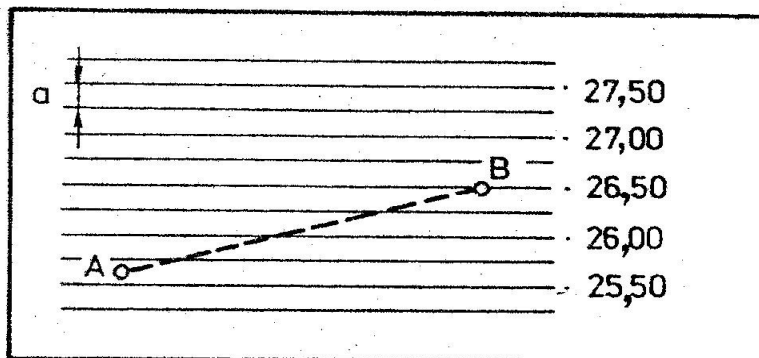
$H_w$  – rzędna warstwicy,

$d_w$  – odległość warstwicy od punktu A,

skąd:

$$d_w = \frac{d_{AB}}{H_B - H_A} (H_w - H_A).$$

**Interpolacja** warstwic polega na wyznaczaniu zbioru punktów o tej samej wysokości i ich właściwym połączeniu.



Rys. 4.14. Interpolacja warstwic za pomocą kalki

Średni błąd interpolacji warstwicy wynosi:

- dla metody graficznej  $0.3\text{mm} \times M$ ,

- dla metody analitycznej  $0.2\text{mm} \times M$ , gdzie  $M$  to mianownik skali mapy.

Dokładność  $H$  punktu na mapie jest funkcją: pomiaru, generalizacji rzeźby terenu, interpolacji...i stanowi  $1/3$  skoku warstwicy.

*Metoda analityczna.* Polega ona na wyznaczeniu metodą rachunkową położenia linii warstwicy na mapie zbioru punktów, przez które będą poprowadzone warstwice.

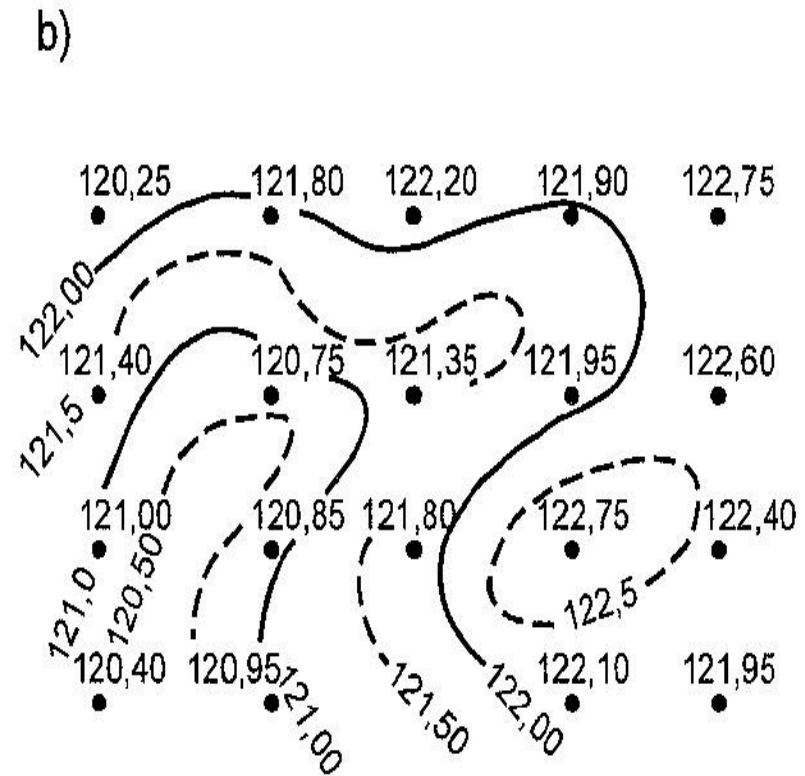
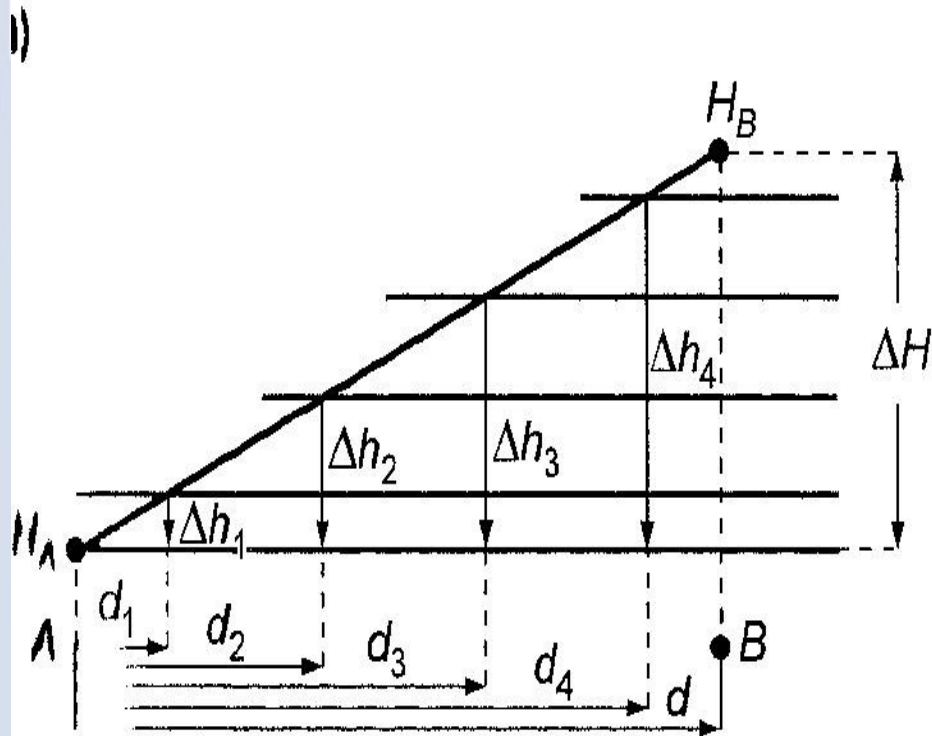
Jeżeli mamy na mapie dwa punkty  $A$  i  $B$  o wysokościach  $H_A$  i  $H_B$  i zachodzi potrzeba wyznaczenia między tymi punktami położenia punktów  $1, 2, 3, \dots$  o wysokościach  $H_1, H_2, H_3, \dots$ , odpowiadających wysokościami stosownych linii warstwicy, to zgodnie z rys. 2.56a obliczamy wielkości:

$$d_1 = \frac{d}{\Delta H} \Delta h_1, \quad d_2 = \frac{d}{\Delta H} \Delta h_2, \quad d_3 = \frac{d}{\Delta H} \Delta h_3, \quad (2.5)$$

gdzie:  $\Delta H_1 = H_1 - H_A$ ,  $\Delta h_2 = H_2 - H_A$ ,  $\Delta h_3 = H_3 - H_A$ , ...

Po obliczeniu wielkości  $d_1, d_2, d_3, \dots$  odmierzamy je na odcinku  $AB$  od punktu  $A$  do punktu  $B$ ; w ten sposób otrzymamy punkty  $1, 2, 3, \dots$  o wysokościach  $H_1, H_2, H_3, \dots$ , przez które poprowadzimy stosowne warstwice.

Przebieg warstwicy wyznacza szereg punktów o jednakowych wysokościach. Warstwice (zasadnicze, główne, połówkowe i ćwiartkowe) powinny oddawać rzeczywistą rzeźbę terenu (w granicach tolerancji). Na terenach zainwestowanych (sztucznie ukształtowanych) rzeźbę terenu przedstawiamy za pomocą pikiet (budynki, armatura, drogi.....).



**2.56.** Wyznaczanie punktów przebiegu warstwicy metodą analityczną: a) podstawy analityczne, b) fragment mapy warstwicowej

Metody obliczenia objętości mas ziemnych.

Przy projektowaniu inwestycji należy też uwzględnić sposób przekształcenia naturalnej rzeźby terenu na obszarze przewidzianym pod zabudowę. Roboty ziemne stanowią znaczny procent kosztów inwestycji (np. transport..), stąd konieczność znalezienia optymalnych rozwiązań.

**Roboty ziemne to prace budowlane polegające na odspojeniu, wydobyciu i przemieszczeniu gruntu.**

Prawidłowe projektowanie ukształtowania terenu polega na znalezieniu optymalnych rozwiązań prowadzących do uzyskania tzw. **minimum robót ziemnych**. Stąd metody projektowania (kolejnych przybliżeń) polegają na obliczeniu wielkości mas ziemnych dla terenu nowo projektowanego i topograficznego tak, by objętości wykopów i nasypów bilansowały się. **Zerowy bilans robót ziemnych** jest ważnym czynnikiem decydującym o lokalizacji inwestycji: dróg, kolei, lotnisk, osiedli, boisk sportowych...itd. Jeżeli zachodzi potrzeba przekształcenia topografii terenu w płaszczyznę (lub ich zespół), to obok „bilansu zerowego” należy spełnić wiele innych warunków (max. i min. pochyleń, rzędne wys. osi dróg, narożników budynków, kierunki spływu wód opadowych..itp. )  
Projektowane płaszczyzny przedstawia się w formie warstwic..

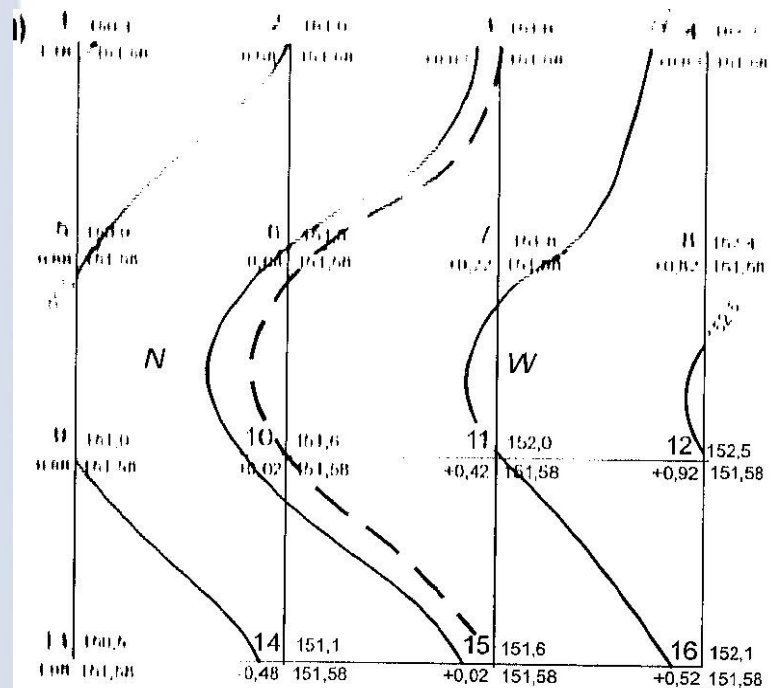


Wyznaczenie wysokości  $H_0$  płaszczyzny poziomej, która dzieli teren na bilansujące się objętości wykopów i nasypów: 1) przyjęcie pł.pomocniczej na poziomie najniższego narożnika siatki, 2) obliczenie wysokości roboczych dla pozostałych wierzchołków, 3) obliczamy objętość  $V$  przybliżoną, 4)  $H_0 = H_p + h$

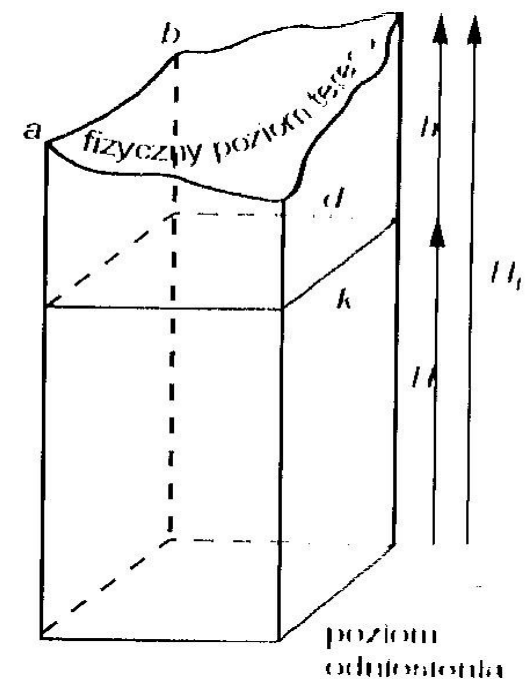
Przybliżoną objętość  $V$  mas ziemnych, znajdujących się powyżej przyjętej płaszczyzny poziomej o wysokości  $H$ , obliczamy ze wzoru

$$V = k^2 \left( \frac{1\sum h_1 + 2\sum h_2 + 3\sum h_3 + 4\sum h_4}{4} \right), \quad (2.6.1)$$

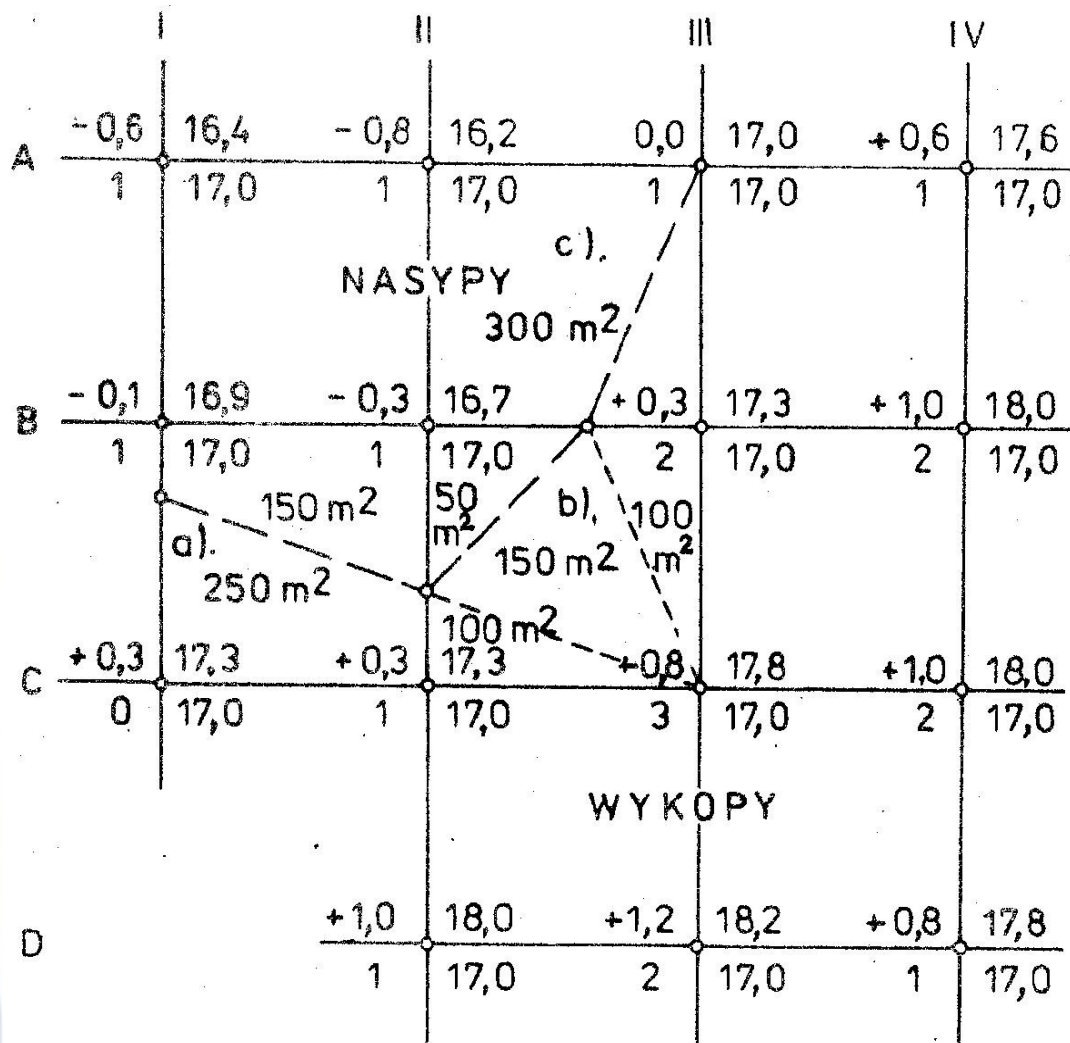
gdzie:  $\sum H_1$ ,  $\sum H_2$ ,  $\sum H_3$  i  $\sum H_4$  — sumy względnych wysokości roboczych występu



- N nasypy
- W wykopy
- — — linia przecięcia płaszczyzny poziomej z powierzchnią terenu



**Obliczenie objętości wykopów i nasypów dla terenu zaniwelowanego na bazie siatki kwadratów o boku  $a=20\text{m}$ , dla poziomej płaszczyzny projektowanej o  $H=17.0\text{m}$  i rzędnych terenu o wysokościach jak na rys.**



Oznaczenia:

$H = H_t - H_{proj}$	wysokość terenu $H_t$
Liczba przylegających do wierzchołka kwadratów po których nie przebiega linia zerowych robót	projektowana wysokość terenu $H_{proj}$

a), b), c). oznaczenia kwadratów odpowiadających sytuacji na rysunku 6.1.

Rys. 6.2. Szkic danych do obliczania objętości robót ziemnych na bazie siatki kwadratów

Zgodnie z powyższym po obliczeniu dla każdego narożnika siatki

$$\Delta H = H_i - H_{proj.} \quad (6.1)$$

uzyskuje się po przekształceniu wzór na objętość o postaci

$$V = \frac{a^2}{4} \left( \sum \Delta H_1 + 2 \sum \Delta H_2 + 3 \sum \Delta H_3 + 4 \sum \Delta H_4 \right), \quad (6.2)$$

gdzie:

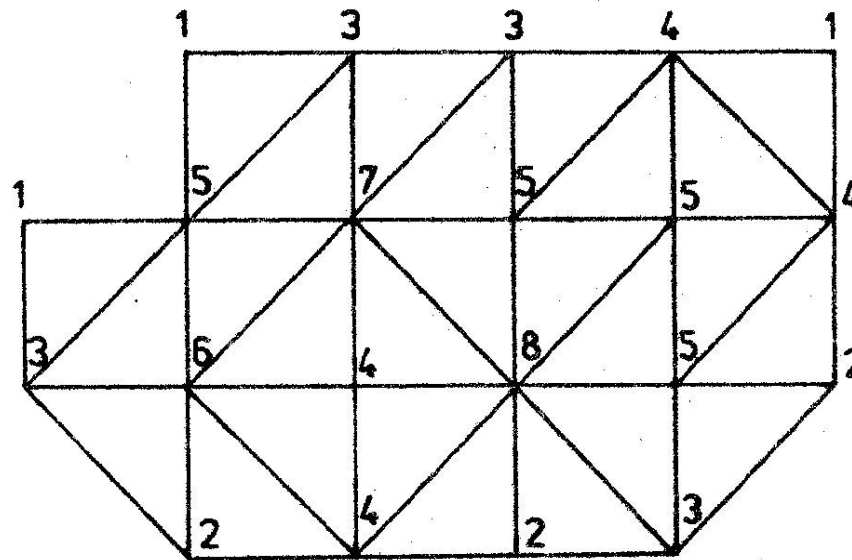
- $\sum \Delta H_1$  – suma różnic rzędnych wysokościowych występujących w siatce pojedynczo (wierzchołka tego dotyka jeden kwadrat; patrz rys. 6.2, gdzie wskaźnik ten napisano z lewej dolnej strony każdego punktu),
- $\sum \Delta H_2$  – suma różnic rzędnych wysokościowych wspólnych dla dwóch kwadratów,
- $\sum \Delta H_3$  – suma różnic rzędnych wysokościowych wspólnych dla trzech kwadratów,
- $\sum \Delta H_4$  – suma różnic rzędnych wysokościowych wspólnych dla czterech kwadratów,
- $a$  – długość boku siatki kwadratów.

Obliczenie objętości mas ziemnych na podstawie siatki **trójkątów** polega na podziale terenu na kwadraty a następnie trójkąty, tak by przekątne były równoległe do kierunku przebiegu warstw (trójkąty przylegają do pow. terenu). Po wyznaczeniu dla każdego narożnika  $H_i$  stosujemy wzór:

$$V = \frac{h^2}{6} \left( \sum \Delta H_1 + 2 \sum \Delta H_2 + 3 \sum \Delta H_3 + 4 \sum \Delta H_4 + 5 \sum \Delta H_5 + \right. \\ \left. + 6 \sum \Delta H_6 + 7 \sum \Delta H_7 + 8 \sum \Delta H_8 \right).$$

gdzie:

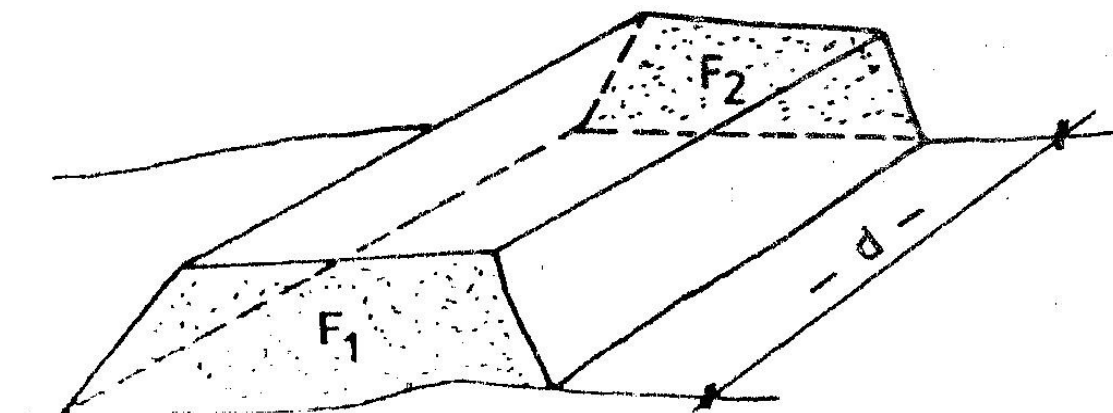
$\sum \Delta H_i$  – suma różnic rzędnych wysokości występujących w siatce  $i$  razy, przy czym  $1 \leq i \leq 8$  (wierzchołek tego dotyka  $i$  trójkątów, co przedstawiono na rysunku 6.3).



Rys. 6.3. Liczba trójkątów dotykających dany wierzchołek

## Metoda przekrojów

Sposób ten stosowany jest powszechnie do obliczania wielkości robót ziemnych w projektowaniu: dróg, ulic, kanałów, rowów, a także budowli o wydłużonym kształcie.



Rys. 6.4. Obliczanie objętości pryzm

Objętość oblicza się ze wzoru (6.4)

$$V = \frac{1}{2}d(F_1 + F_2), \quad (6.4)$$

gdzie:

- $F_1, F_2$  – pola powierzchni przekrojów poprzecznych utworzonych z przecięcia terenu płaszczyznami pionowymi, prostopadłymi do osi głównej budowli,
- $d$  – odległość między przekrojami.

## 6.4. Obliczanie objętości sposobem przekrojów poziomych z mapy warstwicznej

Sposób ten zazwyczaj stosuje się do obliczania pojemności zbiorników wodnych oraz objętości mas na większych obszarach, dla których posiadamy mapę warstwicową.

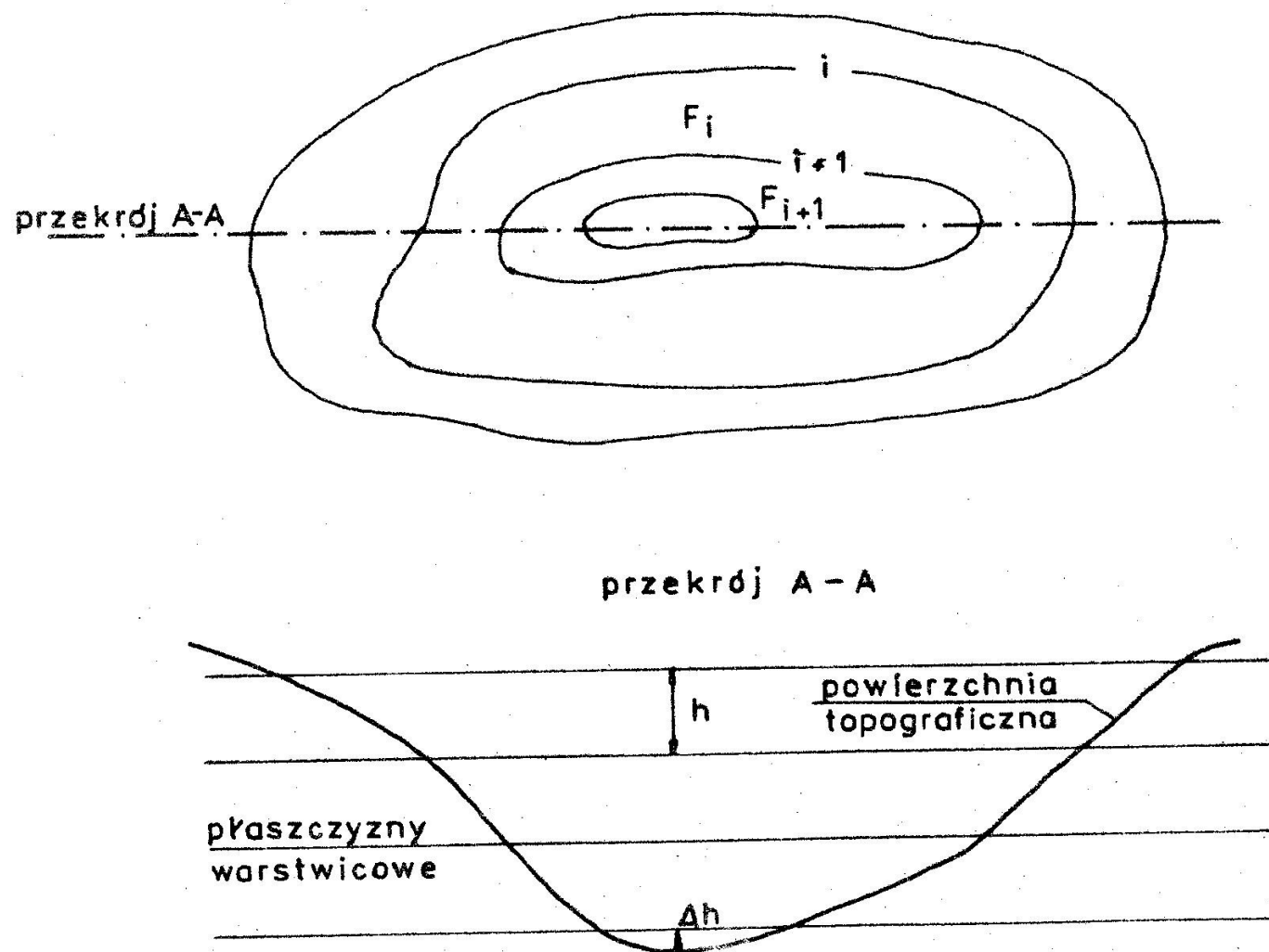
Objętość oblicza się ze wzoru

$$V = \frac{1}{2}h \sum (F_i + F_{i+1}) + \frac{1}{3}\Delta h \cdot F_n, \quad (6.5)$$

gdzie:

- $h$  – odstęp wysokości między sąsiednimi warstwicami (rys.6.5),
- $\Delta h$  – największa odległość powierzchni terenu od najwyższej lub najniższej (n-tej) płaszczyzny warstwicznej,
- $F_i$  – pole powierzchni ograniczonej i-tą warstwicą, które oblicza się za pomocą planimetru,
- $F_n$  – najbliższa wierzchołka (n-ta) płaszczyzna warstwiczna.

**Metodę przekrojów poziomych** stosujemy do obliczeń na mapie warstwicznej o dużej skali, dla powierzchni ograniczonej liniami krzywymi. Metoda ma charakter szacunkowy, jej dokładność zależy od dokładności wyznaczenia pola i wielkości cięcia warstwicznego.



Rys. 6.5. Obliczanie objętości mas na podstawie mapy warstwicznej

Tachimetria.

Wyznaczanie wysokości punktu niedostępnego.



**Tachimetria – pomiar rzeźby terenu o znacznym stopniu deniwelacji, z wykorzystaniem teodolitu.**

**Metody pomiaru rzeźby terenu dzielimy na:**

**1) klasyczne** (pomiar bezpośredni):

- niwelacja punktów rozproszonych (do której zalicza się **pomiar trygonometryczny**)
- niwelacji siatkowej,
- przekrojów podłużnych i poprzecznych,

**2) fotogrametryczne** (fotogrametria lotnicza)

**3) metoda GPS** (pozwala na utworzenie numerycznego modelu powierzchni).

Pomiar tachimetryczny pozwala na:

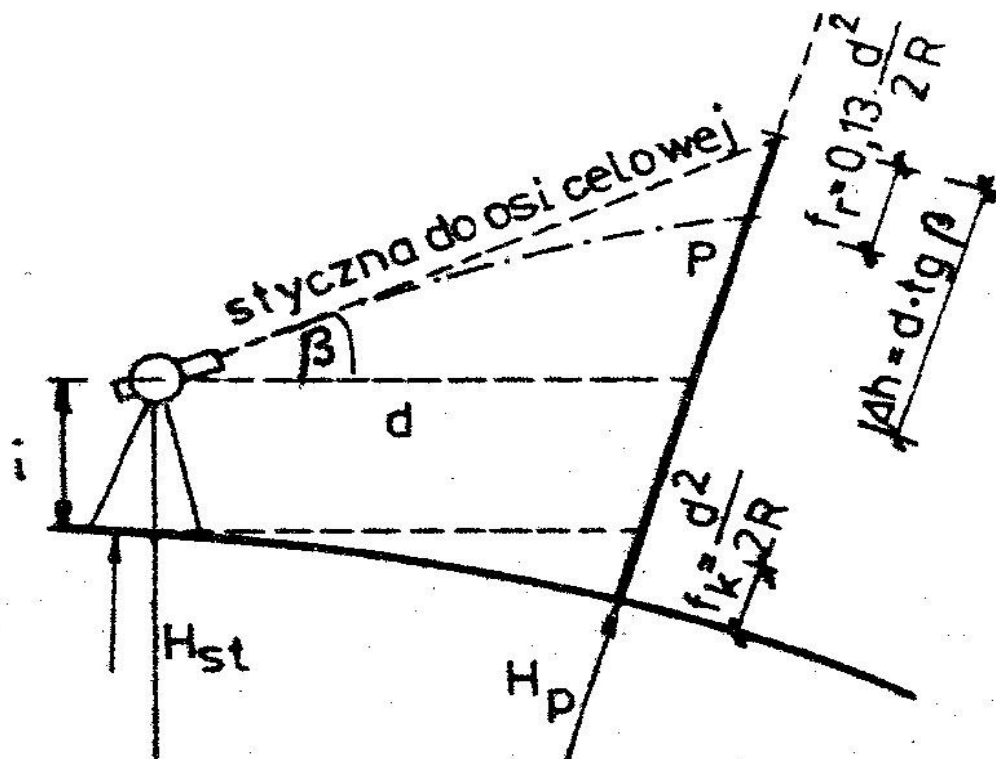
- **sytuacyjne** określenie **położenia punktów** metodą biegunową (kąąt i odległość),
- wyznaczenie **wysokości pikiet** (odległość, kąąt pionowy, odczyty z łąaty: s,g,d)

Stanowiskiem są punkty osnowy pomiarowej (x,y,**H**), na szkicu podajemy: sytuację, położenie stanowiska oraz pikiet i ich numerację, kierunki nawiązania...dane z pomiaru zapisujemy w dzienniku.

Istotą niwelacji trygonometrycznej jest wyznaczenie tzw. przewyższenia  $\Delta h$  punktu nad poziomem instrumentu na podstawie zmierzonego zarówno kąta nachylenia osi celowej  $\beta$ , skierowanej do tego punktu, jak i odległości poziomej  $d$ . Gdy odległości celowania są większe, uwzględnić należy wpływy kulistości Ziemi oraz zjawiska refrakcji. Związek między tymi elementami wyjaśnia rysunek 4.4

Zgodnie z rysunkiem 4.4

$$H_p = H_{st} + \Delta h + f_k - f_r, \quad (4.11)$$

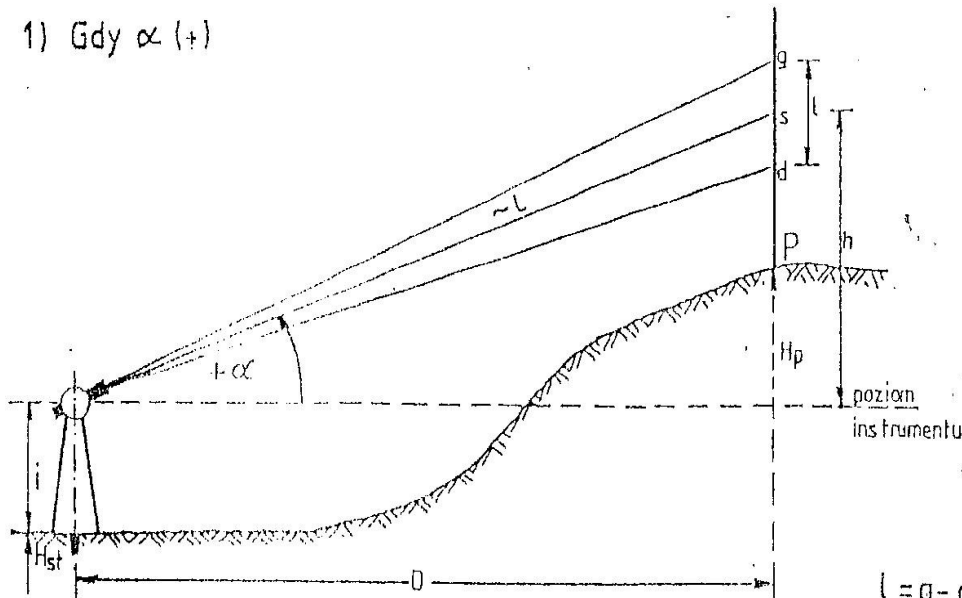


Rys. 4.4. Schemat pomiaru różnicy wysokości metodą trygonometryczną

**Czynności na stanowisku:** 1) ustawiamy teodolit nad punktem o znanych współrzędnych (x,y,H), poziomujemy go i centrujemy; 2) mierzymy wysokość instrumentu- i; 3) nawiązujemy kierunek poziomy do sąsiedniego punktu osnowy; 4) ustawiamy łątę na pikiecie, której położenie i wysokość wyznaczamy; 5) dokonujemy odczytu z łąty kreską s i dalmierzczymi g,d; 6) mierzymy kąt poziomy i pionowy; 7) dane z pomiaru zapisujemy w dzienniku; 8) równoległe z pomiarem prowadzimy szkic tachimetryczny (rys. sytuacji z rozmieszczeniem i nr pikiet).

Pomiar rzeźby terenu metodą tachimetryczną

1) Gdy  $\alpha (+)$



$$H_p = H_{st} + i + h - s$$

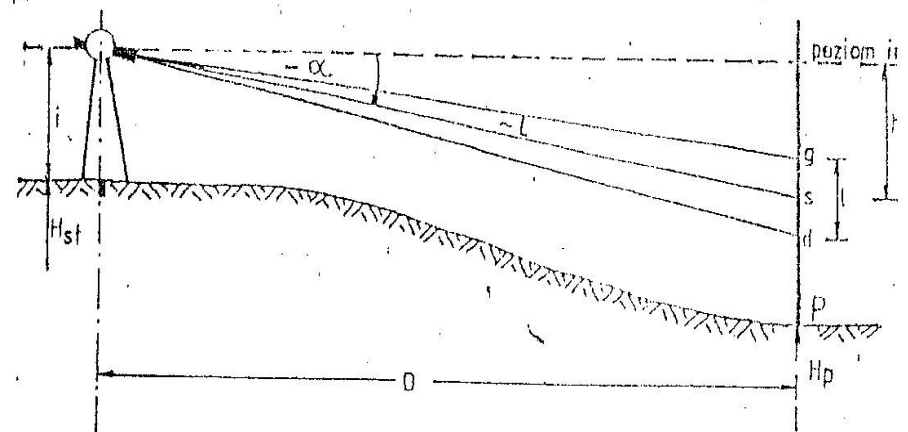
$$l = g - d$$

$$L = kl + c$$

$$D = L \cos^2 \alpha$$

$$h = \frac{1}{2} L \sin 2\alpha$$

2) Gdy  $\alpha (-)$



$$H_p = H_{st} + i - h - s$$

## Wyznaczanie wysokości punktów niedostępnych

Przykładem trygonometrycznego sposobu wyznaczania wysokości punktów, do których nie można dotrzeć z bezpośrednim pomiarem, jest konstrukcja przedstawiona na rysunku 4.5.

Po obraniu dwóch stanowisk dla instrumentu (teodolitu), położonych w jednej płaszczyźnie pionowej z punktem wyznaczanym, mierzymy dwa kąty pionowe  $\beta_1$  i  $\beta_2$  oraz odległość poziomą między stanowiskami  $d$ . Wysokość mierzonego punktu  $P$  obliczymy z następujących zależności:

$$H_P = H_{R_P} + O_1 + (d + x) \operatorname{tg} \beta_1, \quad (4.12)$$

$$H_P = H_{R_P} + O_2 + x \operatorname{tg} \beta_2, \quad (4.13)$$

skąd nieznaną odległość

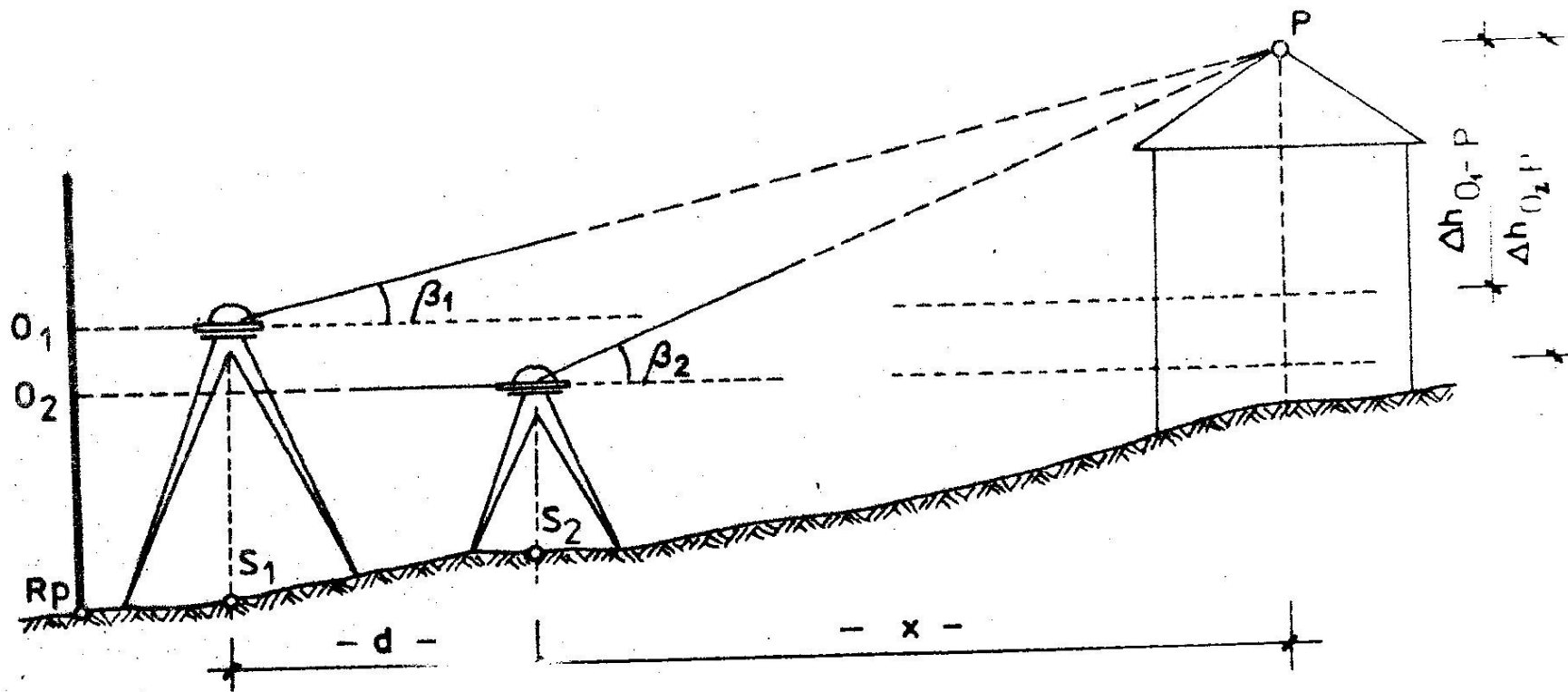
$$x = \frac{O_1 - O_2 + d \operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2 - \operatorname{tg} \beta_1}, \quad (4.14)$$

## Wielkości pomierzone:

- 1)  $d$  - odległość stanowisk  $S_1$  i  $S_2$ ,
- 2)  $O_1$  i  $O_2$  – odczyty z łąty ustawionej na reperze,
- 3) dwa kąty pionowe pomierzone teodolitem.

Sytuacyjne położenie punktu zdefiniowano bezpośrednio na obiekcie (elewacji).

Wielkości wyliczone to wysokość  $H_p$  i odległość  $x$ .



Wyznaczenie wysokości niedostępnego punktu

W przypadku gdy występuje potrzeba jednoczesnego wyznaczenia trzech współrzędnych  $X$ ,  $Y$ ,  $H$  niedostępnego punktu  $P$ , który jest widoczny z końców odpowiednio dobranej bazy  $AB$ , zadanie rozwiązujemy za pomocą tzw. przestrzennego wcięcia w przód. Rozwiązanie zadania na podstawie danych z rysunku 4.6 jest następujące.

Z określonej bazy  $AB$ , której końce stanowią będą stanowiska teodolitu, dokonujemy następujących pomiarów:

- odległości pomiędzy spoziomowaną osią celową lunety a punktem bazy, nad którym ustawiono instrument (wysokości instrumentu  $i_A$  oraz  $i_B$ ), które wraz z rzędnymi wysokościami tych punktów  $H_A$  i  $H_B$  wyznaczają wysokości (rzędne) osi celowych,
- kątów poziomych  $\alpha_A$  i  $\alpha_B$ , które wraz z długością  $AB$  wyznaczają położenie sytuacyjne punktu  $P$  względem punktów bazy  $AB$ ,
- kątów pionowych  $\beta_A$  i  $\beta_B$ , które wraz z obliczonymi odległościami poziomymi  $AP$  i  $BP$  posłużą do wyznaczenia przewyższeń  $\Delta h_{AP}$  i  $\Delta h_{BP}$ .

Z rysunku 4.6 wynika, że:

$$H_P = H_A + i_A + \Delta h_{AP}, \quad (4.15)$$

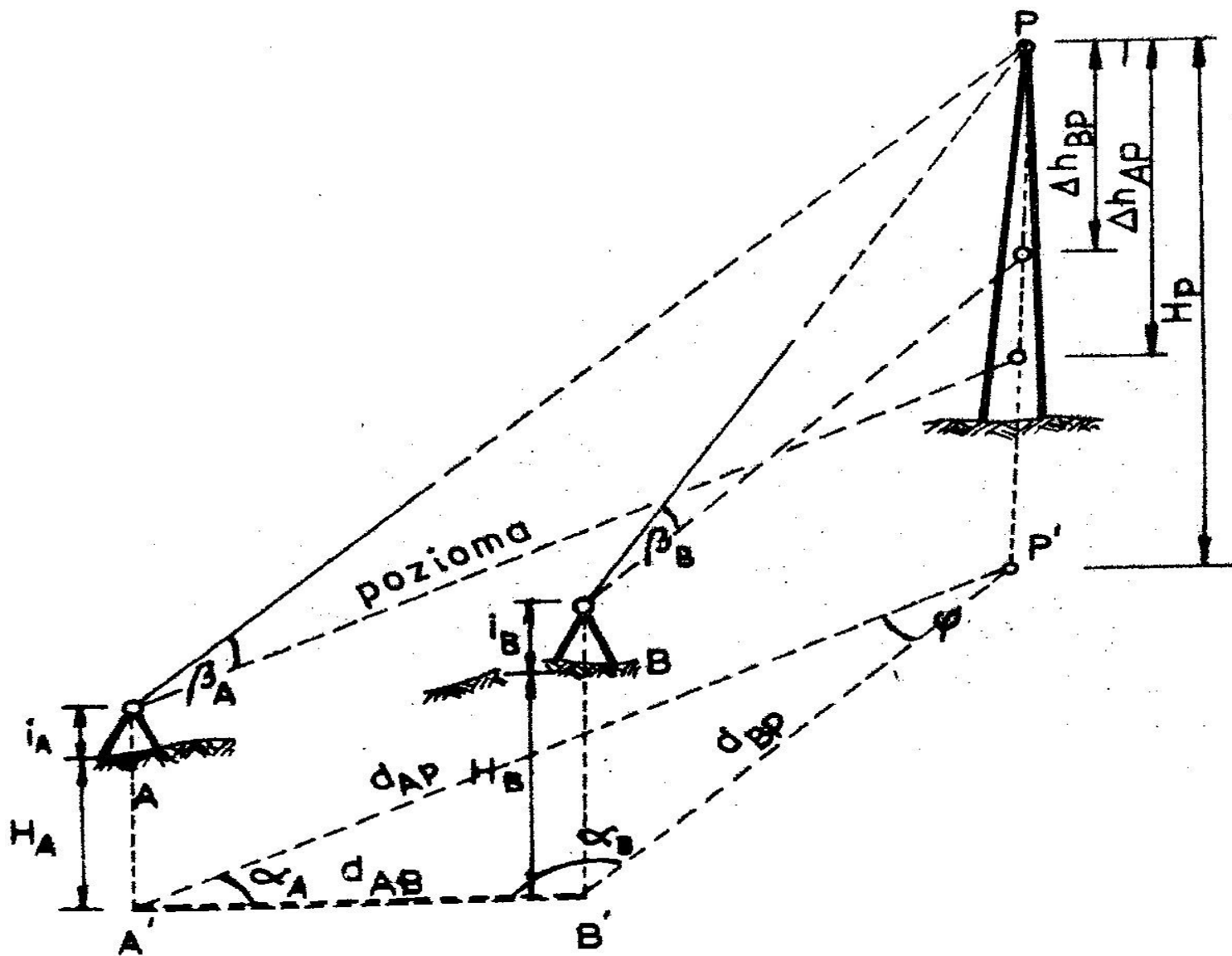
$$H_P = H_B + i_B + \Delta h_{BP}, \quad (4.16)$$

gdzie:  $\Delta h_{AP} = d_{AP} \operatorname{tg} \beta_A$ ;  $\Delta h_{BP} = d_{BP} \operatorname{tg} \beta_B$ ,

oraz

$$d_{AP} = d_{AB} \frac{\sin \alpha_B}{\sin (180^\circ - \alpha_A - \alpha_B)}; \quad d_{BP} = d_{AB} \frac{\sin \alpha_A}{\sin (180^\circ - \alpha_A - \alpha_B)},$$

Ostateczną wysokością punktu P jest wartość średnia wysokości  $H_a$  i  $H_b$



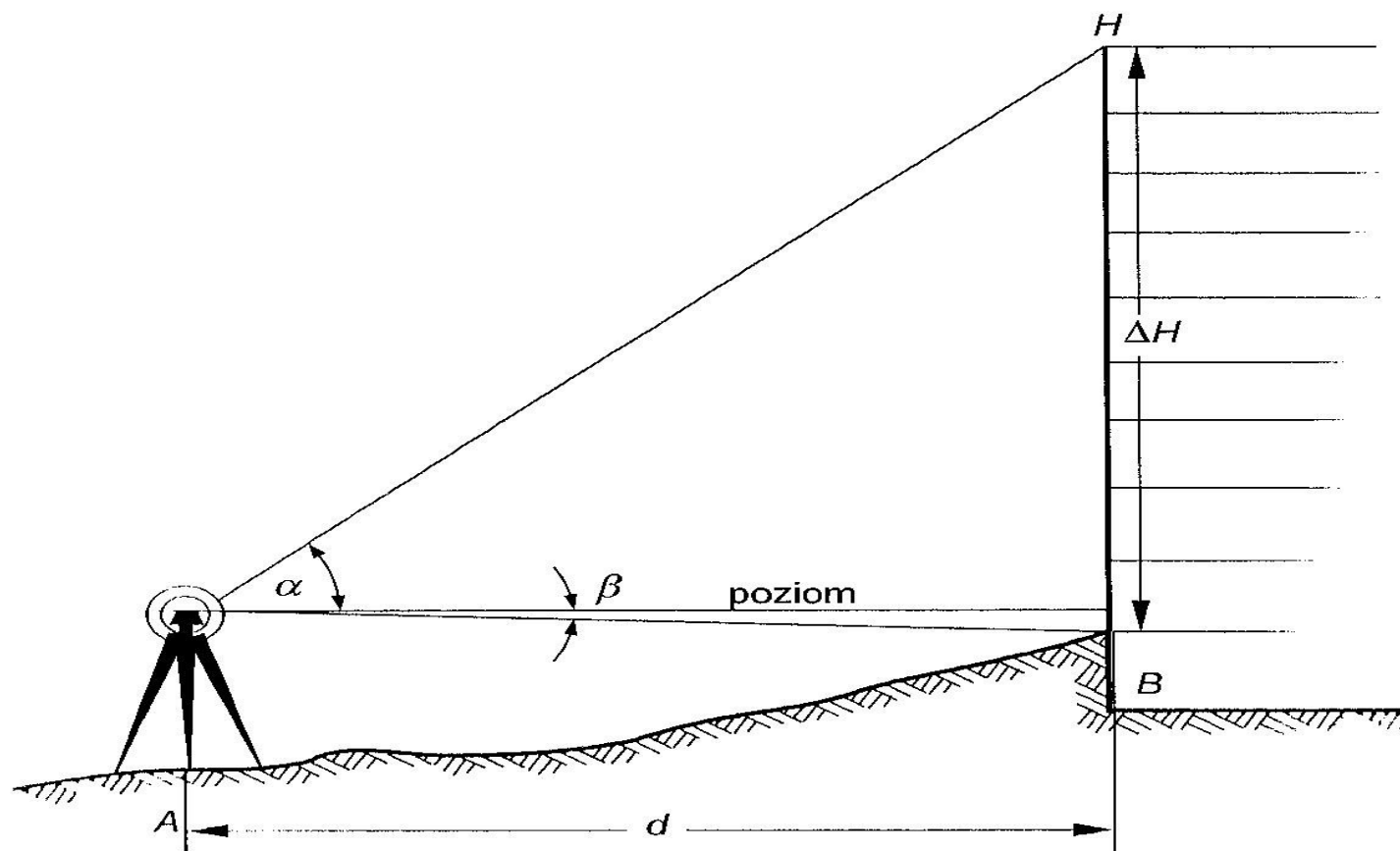
Rys. 4.6. Przestrzeczne wcięcie w przód

## Niwelacja trygonometryczna- wyznaczenie wysokości budynku (od jego przyziemia do punktu H), gdy znamy odległość $d$

Niwelacja trygonometryczna polega na wyznaczeniu różnicy wysokości  $\Delta H$  punktów na podstawie zmierzonej odległości poziomej oraz kąta pionowego. Łatwo ustalić na podstawie rys. 2.41, że różnica ta wynosi

$$\Delta H = d(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta),$$

gdzie:  $\Delta H$  — wysokość mierzonej budowli,  $d$  — odległość teodolitu od  $M$   
 $\alpha$  i  $\beta$  — pomierzone kąty pionowe.



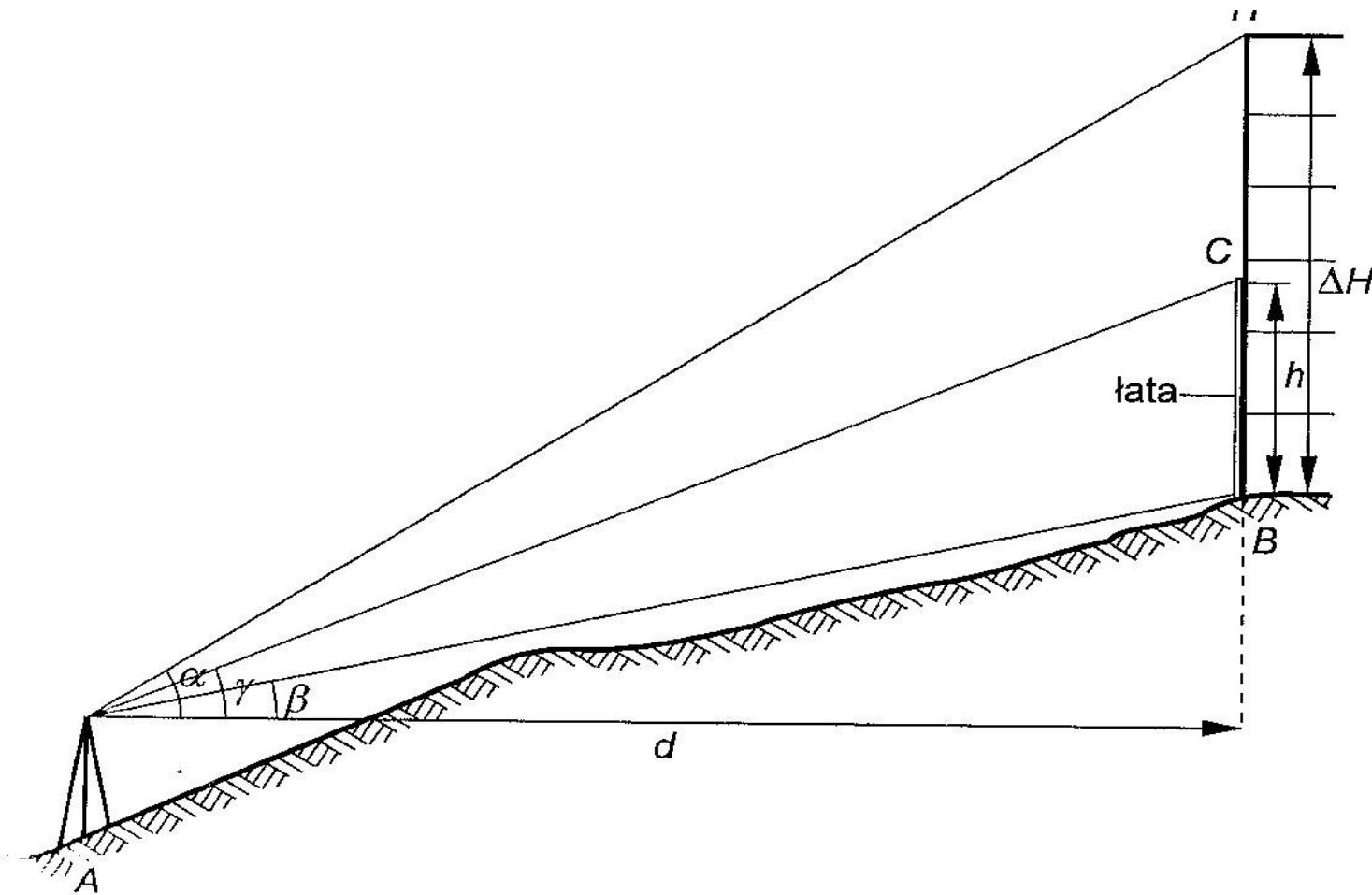
Rys. 2.41. Określenie wielkości  $\Delta H$ , gdy została zmierzona odległość  $d$  (od osi teodolitu)



W przypadku trudności z pomierzeniem odległości  $d$ , u podnóża budowli wstawiamy łąkę o znanej wysokości  $h$  (rys. 2.42). Następnie przy użyciu teodolitu mierzymy kąty  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$ .

Podstawowy wzór (podany w ostatecznej postaci bez wyprowadzenia), ma następującą postać:

$$\Delta H = \frac{h \cos \gamma \sin (\alpha - \beta)}{\cos \alpha \sin (\gamma - \beta)}$$



Obrócenie wielkości  $\Delta H$ , gdy do pomiaru została wykorzystana łąka o znanej wysokości  $h$

Koniec cz.1