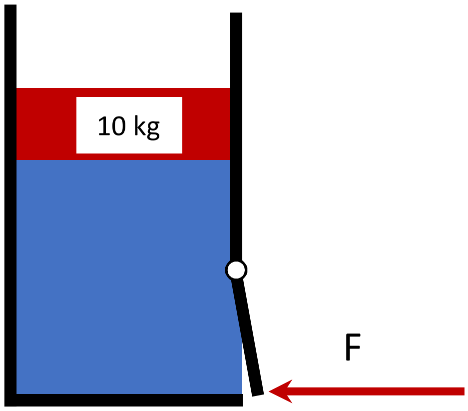
ZAJĘCIA 4.

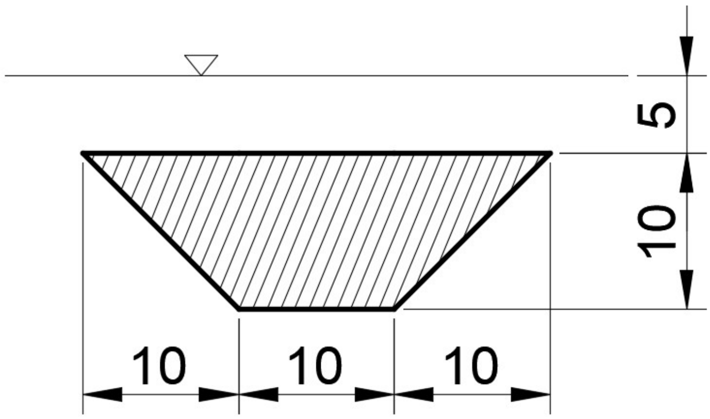
Na lekcji:

Zad. 4.1. Oblicz położenia środków parcia dla klap z **zadania 3.3**.

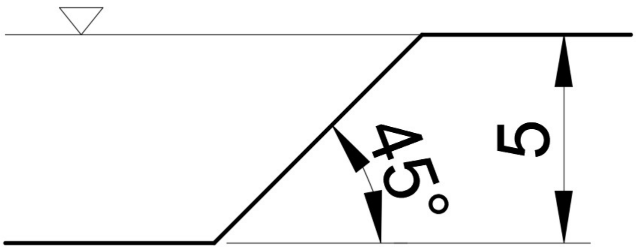
Zad. 4.2. W dnie naczynia o przekroju kwadratowym o boku a = 10 cm wypełnionego wodą zamocowana jest w punkcie 0 przegubowo klapa tworząca ściankę naczynia. Na zwierciadle wody o grubości h = 20 cm spoczywa tłok o masie 10 kg. Oblicz wartość minimalnej poziomej siły F jaką trzeba przyłożyć do klapy aby zapobiec wylaniu się wody ze zbiornika. Wysokość klapy h = 10 cm. Przeanalizuj sytuację gdy siła F przyłożona jest w środku klapy oraz na dnie.



Zad. 4.3. Oblicz parcie hydrostatyczne i położenie środka parcia na zamknięcie w kształcie trapezu.



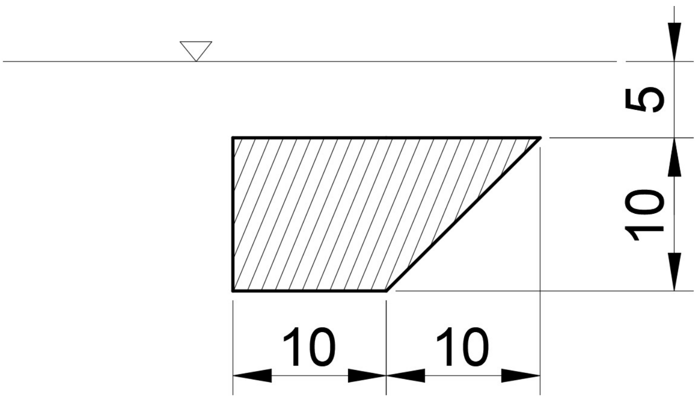
Zad. 4.4. Oblicz parcie działające na ścianę zbiornika o głębokości 5 m i szerokości 4 m nachyloną pod kątem 45^{O}. Sporządź wykresy parcia oraz oblicz składowe parcia oraz parcie wypadkowe.



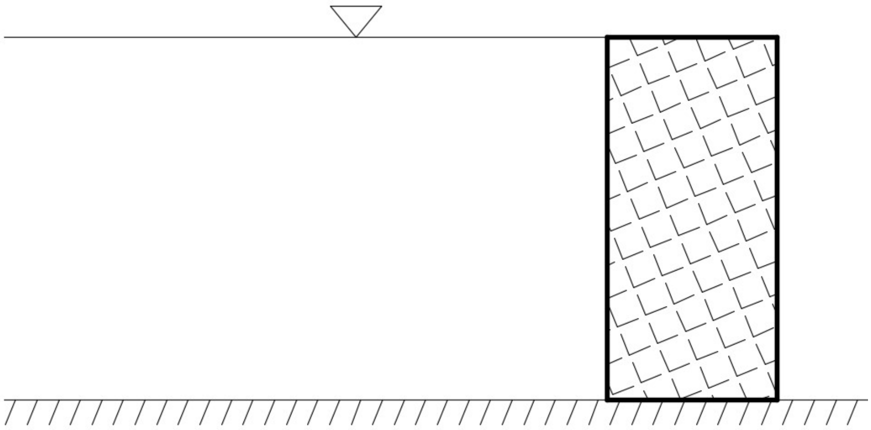
Do domu:

Zad. 4.5. Oblicz parcie wody i położenie środka parcia na kwadratową klapę o boku 5 m, którą umieszczono na ścianie nachylonej do poziomu pod katem 30^{O}. Dolna krawędź klapy znajduje się 5 m pod lustrem wody.

Zad. 4.6. Oblicz parcie hydrostatyczne i położenie środka parcia na zamknięcie w kształcie trapezu.



Zad. 4.7. Mur oporowy o wysokości 10 m i długości 50 m i w przekroju ma kształt prostokąta. Mur utrzymuje wodę w zbiorniku. Oblicz jaka powinna być grubość muru, żeby parcie nie przesunęło muru, wiedząc, że siła tarcia muru o podłoże równa się 30 % ciężarowi muru. Mur wykonany jest z żelbetu o gęstości 2400 kg/m^3. W obliczeniach pomiń sytuację, że mur może się przewrócić.



Zad. 4.8. Oblicz grubość muru oporowego takiego jak w zadaniu 4.7, przy uwzględnieniu możliwości obrotu względem prawego dolnego rogu. W zadaniu pomiń możliwość przesunięcia się muru.

ZAD. 4.1.

Przesunięcie środka parcia względem środka ciężkości oblicza się ze wzorów:

* $y_c = \frac{J_x}{A \cdot z_s}$ - przesunięcie w pionie

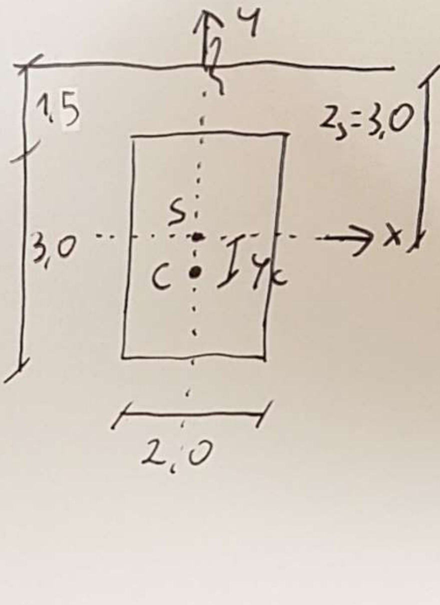
* $x_c = \frac{J_{xy}}{A \cdot z_s}$ - przesunięcie w poziomie

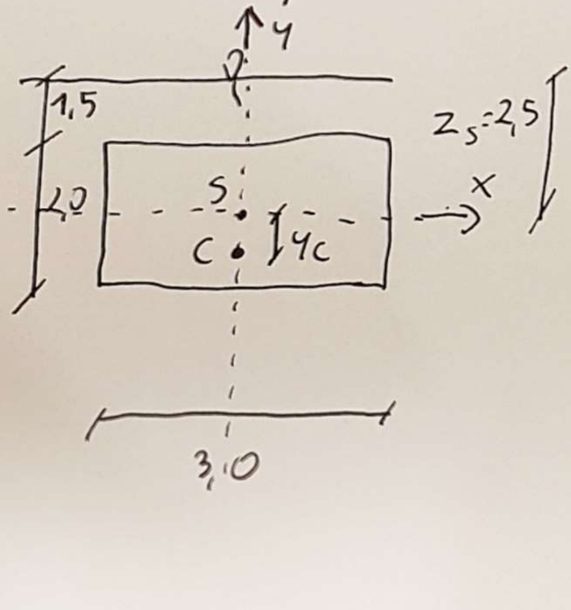
J_x - moment bezwładności względem osi x [m^4]

J_{xy} - moment odśrodkowy [m^4]

A - pole powierzchni [m^2]

z_s - odległość środka ciężkości figury do lustra wody.





$J_x = \frac{bh^3}{12}$ - dla prostokąta

$J_{xy} = 0$ - dla wszystkich figur, których oś symetrii pokrywa się z osiami wg których liczymy momenty bezwładności.

$$y_c = \frac{\frac{bh^3}{12}}{A \cdot z_s}$$

$$y_c = \frac{\frac{2 \cdot 3^3}{12}}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \underline{0{,}25\,m}$$

$$y_c = \frac{\frac{3 \cdot 2^3}{12}}{2 \cdot 3 \cdot 2{,}5} \approx \underline{0{,}133\,m}$$

$$z_c = z_s + y_c = \underline{3{,}25\,m}$$

$$z_c = z_s + y_c \approx \underline{2{,}633\,m}$$

$$x_c = \frac{0}{A \cdot z_s} = \underline{0\,m}$$

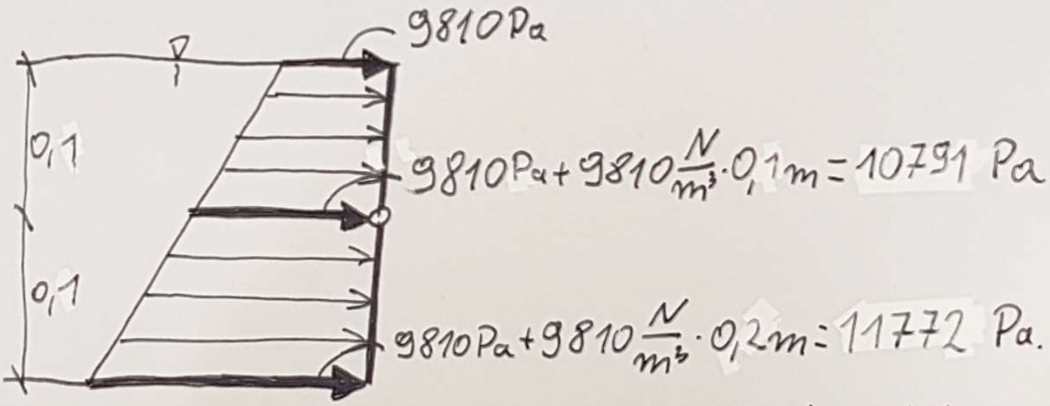
$$x_c = \frac{0}{A \cdot z_s} = \underline{0\,m}$$

Zad. 4.2.

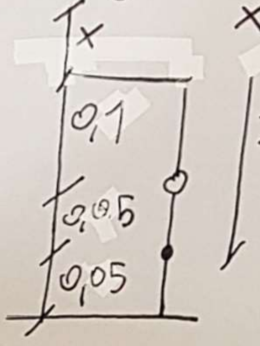
Ciśnienie wywierane przez tłok.

$$p_{Tł.} = \frac{F}{A} = \frac{m \cdot g}{a^2} = \frac{10\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}}{0{,}1^2} = 9810\ Pa$$

Tworzymy wykres parcia



Zagłębienie środka ciężkości klapy:



$x = \frac{9810\,Pa}{9810\,N/m^3} = 1\,m$ - zastępuje ciśnienie od tłoka słupem wody

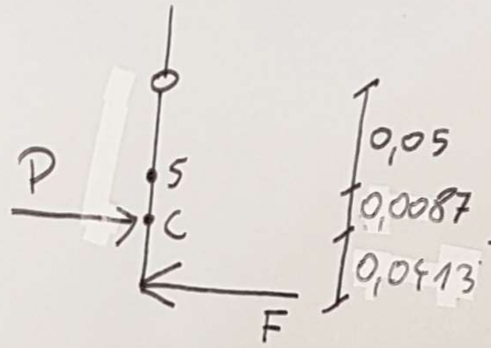
$z_s = 1 + 0{,}1 + 0{,}05 = \underline{1{,}15\,m}$

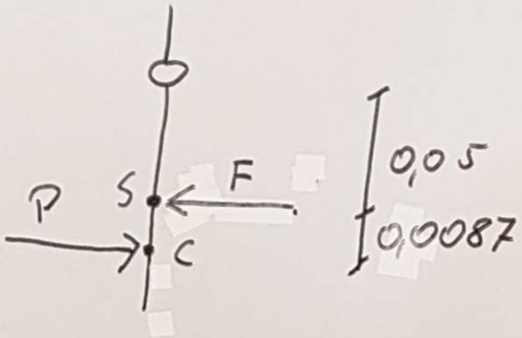
Parcie na klapę (z wykresu parcia, choć można innym sposobem)

$$P = \frac{1}{2} \cdot (10791 + 11772) \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 113\,N$$

Obliczamy tylko pionowe przesunięcie środka parcia względem środka ciężkości, gdyż jest to figura symetryczna.

$$y_C = \frac{J_x}{A \cdot z_S} = \frac{a^4}{a^2 \cdot z_S} = \frac{a^2}{z_S} = \frac{0{,}1^2}{1{,}15} \approx \underline{0{,}0087m}$$





Z równania momentów (siła x ramię) liczymy równowagi

$$P \cdot (0{,}05 + 0{,}0087) = F \cdot 0{,}1 \qquad P \cdot (0{,}05 + 0{,}0087) = F \cdot 0{,}05$$

$$\Downarrow$$

$$F = P \cdot \frac{0{,}05 + 0{,}0087}{0{,}1} \qquad F = P \cdot \frac{0{,}05 + 0{,}0087}{0{,}05}$$

$$F = 113 \cdot \frac{0{,}05 + 0{,}0087}{0{,}1} \qquad F = 113 \cdot \frac{0{,}05 \cdot 0{,}0087}{0{,}05}$$

$$F \approx \underline{66{,}33N} \qquad F = \underline{132{,}66N}$$

ZAD. 4.3.

Obliczając parcie na trapez można przedstawić pole trapezu w funkcji głębokości z

Po przekształceniach:

$$A(z) = \begin{cases} \text{dla } z < 5 \to A(z) = 0\ m^2 \\ \text{dla } z \in \langle 5; 15 \rangle \to A(z) = -z^2 + 40z - 175 \\ \text{dla } z > 15 \to A(z) = -15^2 + 40 \cdot 15 - 175 = 200\ m^2 \end{cases}$$

Parcie liczymy całkując

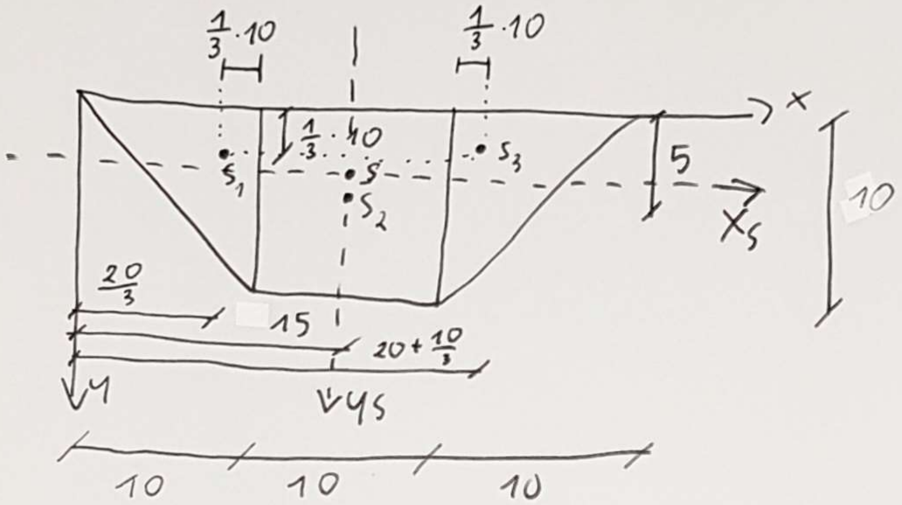
$$P = \gamma \cdot \int_{z_1}^{z_2} A(z)\,dz$$

$$P = \gamma \cdot \int_5^{15} -z^2 + 40z - 175\,dz = \gamma \cdot \left(-\frac{1}{3}z^3 + 20z^2 - 175z\right)\Big|_5^{15}$$

$$P = 9810 \cdot \left[\left(-\frac{1}{3}15^3 + 20 \cdot 15^2 - 175 \cdot 15\right) - \left(-\frac{1}{3} \cdot 5^3 + 20 \cdot 5^2 - 175 \cdot 5\right)\right]$$

$$P = 9810\left[750 - 416{,}67\right] = 3270\,kN$$

Chcąc obliczyć środek ciężkości tej figury, należy podzielić ją na figury proste. Układ współrzędnych przyjmujemy w lewym górnym rogu.



Znamy środki ciężkości figur prostych.
Liczymy położenie środka ciężkości.

$x_S = \frac{\sum A_i \cdot x_i}{\sum A_i}$; $y_S = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i}$

$$x_S = \frac{\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10\cdot \frac{20}{3} + 10\cdot 10\cdot 15 + \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10\cdot\left(20+\frac{10}{3}\right)}{\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10 + 10\cdot 10 + \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10} = \underline{15\,m}$$

$$y_S = \frac{\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10\cdot \frac{10}{3} + 10\cdot 10\cdot 5 + \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10\cdot \frac{10}{3}}{\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10 + 10\cdot 10 + \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10} \approx \underline{4{,}167\,m}$$

Moment bezwładności figury względem osi x_S; y_S obliczamy wg wzoru:

$$J_{x_S} = \sum \left(J_{x_i} + A_i \cdot x_i^2\right)$$

$$J_{x_S y_S} = \sum \left(J_{x_i y_i} + A_i \cdot x_i \cdot y_i\right)$$

$J_{x_\Delta} = \frac{bh^3}{36}$ - moment bezwładności trójkąta

$J_{xy_\Delta} = \pm \frac{b^2h^2}{72}$ - moment odśrodkowy trójkąta.

$$J_{x_s} = \left(\frac{10 \cdot 10^3}{36} + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \left(5 - \frac{1}{3} \cdot 10\right)^2\right) + \left(\frac{10^4}{12} + 10 \cdot 10 \cdot (5 - 4{,}167)^2\right)$$
$$+ \left(\frac{10 \cdot 10^3}{36} + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \left(5 - \frac{1}{3} \cdot 10\right)^2\right) = 166{,}67 + 152{,}7 + 166{,}67 =$$
$$= 486{,}06 \ m^4$$

$$J_{x_s y_s} = \left(+\frac{10^2 \cdot 10^2}{72} + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \left(-\left(5 + \frac{1}{3} \cdot 10\right)\right) \cdot \left(\left(5 - \frac{1}{3} \cdot 10\right)\right)\right) +$$
$$+ \left(0 + 10 \cdot 10 \cdot 0 \cdot (5 - 4{,}167)\right) +$$
$$+ \left(-\frac{10^2 \cdot 10^2}{72} + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \left(\left(5 + \frac{1}{3} \cdot 10\right)\right) \cdot \left(\left(5 - \frac{1}{3} \cdot 10\right)\right)\right) = \underline{0 \ m^2}$$

Liczymy przesunięcie środka ciężkości.

$$y_c = \frac{J_{x_s}}{A \cdot z_s} = \frac{486{,}06}{200 \cdot (5 + 4{,}167)} = \underline{0{,}265 \ m}$$

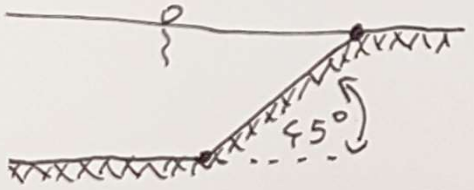
$$x_c = \frac{J_{x_s, y_s}}{A \cdot z_s} = \frac{0}{200 \cdot (5 + 4{,}167)} = \underline{0 \ m}$$

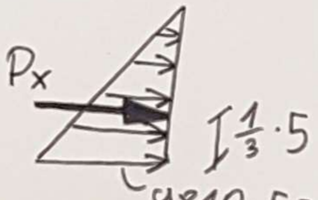
$$z_c = z_s + y_c = 5 + 0{,}265 = \underline{5{,}265 \ m}$$

ZAD. 4.4.

Dla płaszczyzn pochylonych tworzymy 2 wykresy parcia:

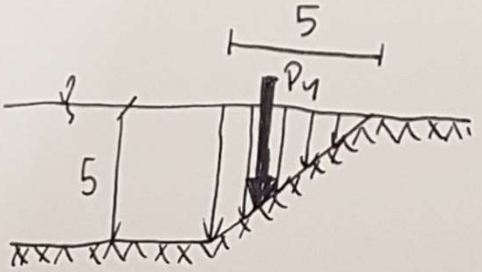
* parcie poziome (tożsame jak na ścianę płaską)





$P_x = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 49050 \cdot 4 = 490500 N = \underline{490,5 \text{ kN}}$

* parcie pionowe (jest to wykres ograniczony zwierciadłem wody a płaszczyzną)



$P_y = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9810 \cdot 4 = \underline{490,5 \text{ kN}}$

Parcie wypadkowe jest sumą wektorów.

$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{490,5^2 + 490,5^2} \approx \underline{693,7 \text{ kN}}$